МИНИСТЕРСТВО СЕЛЬСКОГО ХОЗЯЙСТВА РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
Федеральное государственное бюджетное образовательное
учреждение высшего образования
«ЮЖНО-УРАЛЬСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ АГРАРНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»

ДОПОЛНИТЕЛЬНАЯ ОБРАЗОВАТЕЛЬНАЯ ПРОГРАММА ДЛЯ ДЕТЕЙ И ВЗРОСЛЫХ

УЧЕБНОЕ ПОСОБИЕ

ФИЗИКА

Троицк
2018

Данное учебное пособие предназначено для подготовки к вступительным испытаниям по физике, проводимым вузом самостоятельно. Каждый раздел включает в себя теоретический материал, примеры решения задач и задания для самостоятельной работы.

СОСТАВИТЕЛЬ:

Никишин Ю.А. – к.ф-м.н., доцент
кафедра «Математические и естественнонаучные дисциплины»

Общие положения

Данное пособие предназначено для дополнительной подготовке детей и взрослых по Физике.

Основная цель программы состоит в оказании помощи абитуриенту по усвоению основного алгоритма построения решения физических задач и так же надлежащего текстуального представления этого решения при письменной форме сдачи экзамена по физике, проводимого вузом самостоятельно.

Для отработки навыков рационального использования при решении задач соответствующего математического аппарата в данном пособии в качестве вводного раздела представлено "Математическое обеспечение курса элементарной физики". В этом разделе основные вопросы элементарной математики, крайне необходимые при изучении физики, воспроизведены в форме, адаптированной к физической терминологии.

Изложение материала, представленного в пяти разделах, каждый из которых посвящен соответствующей части курса физики, приведено по единой схеме, состоящей из перечня программных вопросов по данной части, краткой сводки основных понятий, законов и определений, подробного анализа и письменного оформления решения ряда типовых задач, подбора задач для самостоятельной работы, а также тренировочных тестов по всем разделам физики.

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ КУРСА ЭЛЕМЕНТАРНОЙ ФИЗИКИ

0.I. ПРИБЛИЖЕННЫЕ ВЫЧИСЛЕНИЯ И ПРАВИЛА ОКРУГЛЕНИЯ ЧИСЕЛ

Во многих случаях значение физической величины может быть указано лишь приближенно. Причиной этому может быть, в частности, невозможность точного измерения той или иной величины, например, из-за неточности измерительных приборов, несовершенства органов чувств, непостоянства температуры и влажности окружающего воздуха и т.д. Дополнительно к этому приближенными могут оказаться и те цифры, которые получены в результате вычислительных действий над точными цифрами. Это свидетельствует о необходимости округлять числа, т.е. отбрасывать одну или несколько последних цифр, соблюдая при этом ряд правил.

При округлении чисел используется понятие значащих цифр. Значащими цифрами называются все цифры числа кроме нулей, стоящих впереди числа. Например, в числе 0,00143 три значащие цифры; в числе 0,08035 четыре значащие цифры; в числе 4300 – четыре; в числе $1{,}2\cdot10^{-3}$ – две.

Первое правило округления гласит, что, если первая из отбрасываемых цифр больше, чем 5,то последняя из сохраняемых цифр усиливается, т.е. увеличивается на единицу; усиление совершается и тогда, когда первая из отбрасываемых цифр равна 5, а за ней есть одна или несколько значащих цифр,

Второе и третье правила округления утверждают что, если первая из отбрасываемых цифр меньше чем 5, то усиление не делается; в тех же случаях когда отбрасывается цифра 5, а за ней нет значащих цифр, то последняя сохраняемая цифра остается неизменной, если она четная, и усиливается, если она нечетная.

При сложении и вычитании производится предварительное округление так, чтобы удержать лишь те результаты, которые верны у всех слагаемых; остальные отбрасываются как бесполезные.

Если перемножаются приближенные числа с одним и тем же количеством значащих цифр, то в произведении следует удержать столько же значащих цифр. Если некоторые сомножители имеют больше значащих цифр чем другие, то еще до умножения следует первые округлить, сохранив в них столько цифр, сколько имеет наименее точный сомножитель.

При нахождении частного следует брать столько же значащих цифр, сколько их имеют делимое и делитель. Если же одно из данных чисел (делимое или делитель) имеют больше значащих цифр, чем другое, то следует отбросить все лишние цифры или сохранить только первую из них (в качестве запасной).

При возведении в степень или при извлечении корня результат имеет столько же верных цифр, сколько их было в основании или в подкоренном числе.

0.2. РАВЕНСТВА И УРАВНЕНИЯ

Два выражения, числовые и буквенные, соединенные знаком равно (=), образуют равенство. Из этого определения следует, что все физические формулы, выражающие собой законы или определения соответствующих величин, представляют собой равенства. Сущность равенства для физических формул особенно наглядно проявляется в равенстве единиц измерений левой и правой частей одной и той же формулы. Например, в формуле второго закона Ньютона

$$\vec{F} = m\vec{a} \tag{0.1}$$

в левой части стоит сила ($\vec{F}$), действующая на тело, а в правой – произведение массы тела (m) и получаемого им ускорения ($\vec{a}$). Единица же измерения (в данном случае Ньютон) является одной и той же для обеих частей формулы. Это важное условие одинаковости единиц измерений левой и правой частей любой формулы служит наглядным признаком правильности тех соотношений, которые получаются в процессе решения физических задач.

Уравнением называется равенство, содержащее неизвестные величины. Какие из величин, входящих в уравнение, являются известными, а какие неизвестными в каждом случае определяется из условий конкретной задачи. В математике принято выделять неизвестные величины специально обозначенными буквами латинского алфавита x , y, z и т.д. В физике же установлена своя система буквенных обозначений соответствующих величин и поэтому не представляется удобным прибегать к применяемой в математике символике. К сожалению, это обстоятельство в ряде случаев создает трудности для восприятия физических формул в качестве привычных математических равенств и уравнений.

Решить уравнение – значит найти такие выражения неизвестных через входящие в уравнения известные, которые, будучи подставлены в уравнение вместо соответствующих неизвестных, обратят уравнение в тождество. Найденные выражения называются корнями уравнения.

Равносильными уравнениями называются такие уравнения, которые имеют одни и те же корни. Замена данного уравнения другим, ему равносильным, широко используется при различных приемах решения уравнений.

Основные приемы, применяемые при решении уравнений, следующие:

1) Замена одного выражения другим, тождественно ему равным;

2) Перенос слагаемых из одной части уравнения в другую с заменой знака на противоположный;

3) Умножение или деление обеих частей равенства на одно и то же выражение;

4) Возведение обеих частей уравнения в одну и ту же сте-

пень или извлечение из обеих частей корня одной и той же степени.

0.3 РЕШЕНИЕ СИСТЕМЫ УРАВНЕНИЙ.

Надо заметить, что к системе двух уравнений сводится математическое содержание большого числа физических задач. Примером этому может служить задача на определение начальной скорости v_0 и ускорения a прямолинейного равноускоренного движения, для которого известны скорость v и перемещение s к концу заданного промежутка времени t от начала движения. Известные для данного вида движения формулы для скорости и перемещения можно записать в виде системы двух уравнений:

$$\begin{cases} \vec{V} = \vec{V}_0 + \vec{a}t \\ \vec{s} = \vec{V}_0 t + \dfrac{\vec{a}t^2}{2}, \end{cases} \tag{0.2}$$

где неизвестными (искомыми) являются v_0 и a; остальные величины v, s, t – считаются заданными.

Легко видеть, что порядок записи физических формул, отражающий предметную последовательность расстановки ее членов, отличается от формализованной (унифицированной) записи математических уравнений. Это обстоятельство, как уже отмечалось выше, представляет некоторую трудность для начинающих при переходе от однообразно или явно записанных математических формул к физическим соотношениям, записанным, чаше всего, в неявной форме по отношению к искомой величине.

Решение системы двух уравнений первой степени с двумя неизвестными можно различными способами свести к решению одного уравнения первой степени с одним неизвестным. К числу таких способов относятся способ подстановки и способ сложения или вычитания.

Способ подстановки состоит из следующих операций.

Из одного уравнения находится выражение для одного из неизвестных

через известные величины и другие неизвестные, в нашем примере найдем выражение для v_0 из первого уравнения:

$$\vec{V}_0 = \vec{V} - \vec{a}t. \tag{0.3}$$

2. Найденное выражение подставляется во второе уравнение, в котором после этой подстановки будет содержаться только одно неизвестное; действительно:

$$s = \left(\vec{V} - \vec{a}t\right)t + \frac{\vec{a}t^2}{2}. \tag{0.4}$$

3. Решается полученное уравнение с одним неизвестным; в результате получается:

$$\vec{a} = \frac{2\left(\vec{V}t - \vec{s}\right)}{t^2}. \tag{0.5}$$

4. Подставляется найденное значение одного неизвестного, в какое либо другое уравнение и после решения его находится значение второго неизвестного. В рассматриваемом примере подставим найденное выражение для ускорения $\vec{a}$, например, в первое уравнение, решая которое после этого, найдем

$$\vec{V}_0 = \vec{V} - \frac{2\left(\vec{V}t - \vec{s}\right)}{t}. \tag{0.6}$$

Способ сложения (или вычитания) состоит из следующих операций.

1. Обе части одного уравнения умножаются на один множитель, а обе части другого уравнения на другой множитель, причем эти множители подбираются так, чтобы коэффициенты при одном из неизвестных в обоих уравнениях после их умножения на эти множители имели одну и ту же абсолютную величину; в рассматриваемом примере легко видно, что для получения одинакового множителя, например при неизвестном $\vec{V}_0$, в обоих уравнениях достаточно умножить обе части первого уравнения на величину *t:*

$$\vec{v}t = \vec{v}_0 t + \vec{a}t^2. \tag{0.7}$$

2. Складываются два уравнения или вычитаются друг из друга таким образом, что одно из неизвестных исключается; действительно, вычитая, например, из первого уравнения второе, получим

$$\vec{v}t - \vec{s} = \frac{\vec{a}t^2}{2} \tag{0.8}$$

3. Решая полученное уравнение с одним неизвестным, получим

$$\vec{a} = \frac{2\left(\vec{v}t - \vec{s}\right)}{t^2} \tag{0.9}$$

4. Другое неизвестное можно найти тем же путем, но обычно проще это достигается путем подстановки найденного значения первого неизвестного в любое из данных уравнений и решением получившегося уравнения с одним неизвестным; в рассматриваемом примере подставим найденное выражение для ускорения $\vec{a}$, например, в первое уравнение, решая которое после этого получим

$$\vec{v}_0 = \vec{v} - \frac{2\left(\vec{v}t - \vec{s}\right)}{t} \tag{0.10}$$

Решение системы трех уравнений с тремя неизвестными основывается на тех же приемах, что и решение двух уравнений с двумя неизвестными.

0.4 РЕШЕНИЕ КВАДРАТНОГО УРАВНЕНИЯ.

Алгебраическое уравнение 2-ой степени иначе называется квадратным. Наиболее общий вид этого уравнения

$$ax^2 + bx + c = 0 \tag{0.11}$$

где *a, в, c* – известные величины. Корни данного уравнения можно найти по формуле

$$x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \tag{0.12}$$

из которой видно, что возможны три случая корней в зависимости от величины выражения b^2-4ac, называемого дискриминантом.

1. Если $b^2-4ac>0$, то будет два действительных и различных между собой корня.

2. Если $b^2-4ac=0$, то два корня будут действительны и равны между собой.

3. Если $b^2-4ac<0$, то оба корня будут мнимыми.

В качестве примера использования квадратного уравнения приведем решение задачи, в которой указывается, что с вертолета, находящегося на высоте 300 м, сброшен груз и требуется определить время, через которое груз достигнет земли, если вертолет опускается со скоростью 5 м/с.

Судя по условию задачи, рассматриваемое в ней движение груза можно считать прямолинейным равноускоренным. Направим ось координат вертикально вниз, а начало оси поместим на высоте y_0 от поверхности земли. Тогда, согласно уравнению движения

$$y_0 = v_0 t + \frac{gt^2}{2}. \qquad (0.13)$$

Это выражение является квадратным уравнением относительно времени t. Перепишем его в виде

$$\frac{1}{2}gt^2 + v_0 t - y_0 = 0 \qquad (0.14)$$

и, сравнивая с вышеприведенным общим видом квадратного уравнения (0.11), видим, что в данном случае

$$x = t,\ a = \frac{1}{2}g,\ b = v_0,\ c = -y_0. \qquad (0.15)$$

По формуле корней квадратного уравнения (0.12) находим

$$t_{1,2} = \frac{-v_0 \pm \sqrt{v_0^2 + 2gy_0}}{g} = -\frac{v_0}{g}\left(1 \mp \sqrt{1 + \frac{2gy_0}{v_0^2}}\right). \qquad (0.16)$$

Подставив численные значения заданных величин, получим

$$t_{1,2} \approx -0{,}5 \pm 7{,}8 \qquad (0.17)$$

Отбрасывая отрицательный корень, записываем ответ:

Ответ: $t \approx 7{,}3$ с

0.5. ФУНКЦИИ И ГРАФИКИ

Говорят, что две переменные величины x , y связаны функциональной зависимостью, если каждому значению, которое может принять одна из них, соответствует одно или несколько определенных значений другой. Многие функциональные зависимости могут быть представлены простыми формулами. Например, зависимость между высотой h брошенного вертикально вверх тела с начальной скоростью v_0 и временем t, протекшим от начала бросания, представляется формулой:

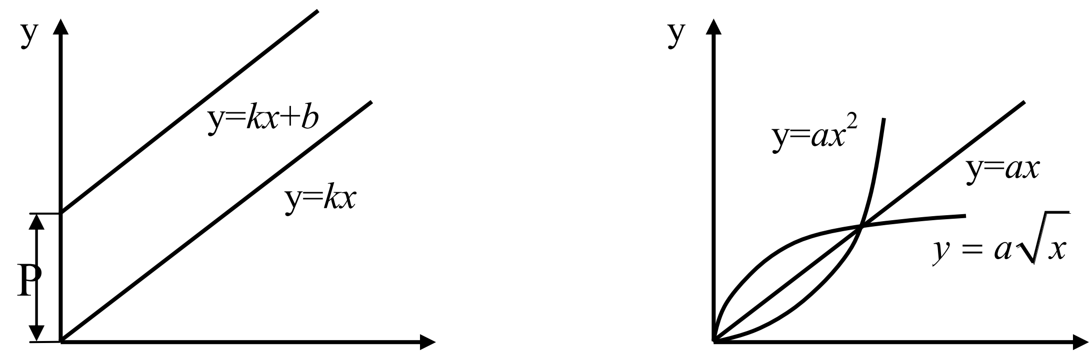
$$h = v_0 t - \frac{gt^2}{2}, \qquad (0.18)$$

где g, - ускорение свободного падения.

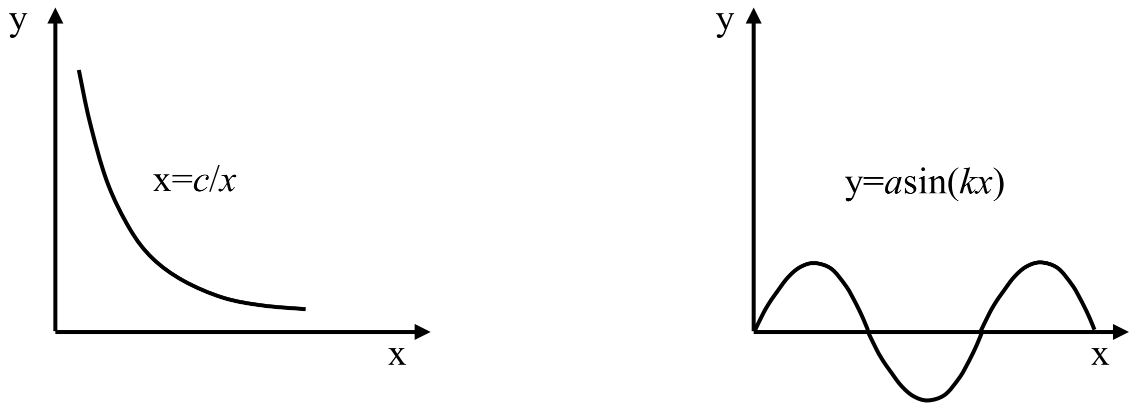
Коротко любую функциональную зависимость записывают в виде

$$y = f(x). \qquad (0.19)$$

Чтобы графически изобразить заданную функциональную зависимость, на оси абсцисс отмечают ряд значений x_1, x_2, x_3, ... одной из переменных x (обычно аргумента) и строят ординаты y_1, y_2, y_3, … представляющие собой значения другой переменной y (функции); получают ряд точек с координатами (x_1, y_1); (x_2, y_2); (x_3, y_3) и т.д. Соединяя эти точки, получают график данной функциональной зависимости. Ниже приведены примеры простейших функций и графиков



а) б)



в) г)

Рис.0.1. Графики функций:

а) линейной; б) степенной; в) обратно-пропорциональной; г) тригонометрической.

Пропорциональные величины.

Если переменные величины *y* и *x* прямо пропорциональны, то функциональная зависимость между ними выражается уравнением

$$y = kx, \tag{0.20}$$

где *к* - некоторая постоянная величина.

График прямой пропорциональности – прямая линия, проходящая через начало координат и образующая с осью абсцисс угол β, тангенс которого равен постоянной *к*.

Общим видом пропорциональной зависимости будет формула

$$y = kx + b \tag{0.21}$$

графиком, которой является также прямая, образующая с осью абсцисс угол, тангенса которого равен *к*, и отсекающая на оси ординат отрезок *b*. Функция (0,21) называется линейной функцией. Конкретными примерами этой функции в физике могут быть зависимость координаты материальной точки *x* от времени *t* при прямолинейном равномерном движении.

$$x = x_0 + v t, \tag{0.22}$$

где x_0 – начальная координата, v -скорость и зависимость скорости тела v от времени t при прямолинейном равноускоренном движении

$$v = v_0 + at, \tag{0.23}$$

где a – ускорение.

Обратная пропорциональность.

Если величины x и y обратно пропорциональны, то функциональная зависимость между ними выражается уравнением

$$y = \frac{c}{x} \tag{0.24}$$

где c – некоторая постоянная величина.

Графиком обратной пропорциональности (рис.0.1) является равносторонняя гипербола. Примерами обратной пропорциональности в физике является, в частности, зависимость между давлением P и объемом V идеального газа при изотермическом процессе

$$PV = const \tag{0.25}$$

и зависимость электроемкости плоского конденсатора C от расстояния d между его пластинами

$$C = \frac{\varepsilon_0 \varepsilon S}{d} \tag{0.26}$$

где величины ε_o , ε и S являются постоянными.

Степенная функция.

Функция

$$y = ax^n, \tag{0.27}$$

где a, n – постоянные величины, называется степенной. На рисунке 1б изображены графики a=1, и n=2, n=1, n=1/2. При n=1 графиком служит прямая – биссектриса угла xoy. При n=2 графиком является парабола (в данном случае квадратичная). Симметрично этому относительно биссектрисы координатного угла будет располагаться график зависимости

$$y = a\sqrt{x}\,. \tag{0.28}$$

Примером этой зависимости может служить зависимость периода колебаний математического маятника от его длины

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}\,, \tag{0.29}$$

где g – ускорение свободного падения.

Примером квадратичной функции является зависимость координаты точки x начинающей движение вдоль оси абсцисс из начала координат с ускорением $a,$ от времени t

$$x = \frac{at^2}{2} \tag{0.30}$$

Тригонометрические функции.

В качестве аргумента x в данном случае является угол, который откладываем на оси абсцисс. На рисунке дан график функции

$$y = a\sin(kx), \tag{0.31}$$

где a, k – некоторые постоянные величины.

Такой график называют синусоидой. Такие линии широко применяются в физике. Например, для графической иллюстрации гармонических колебаний,

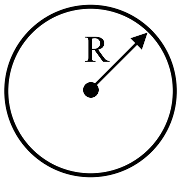
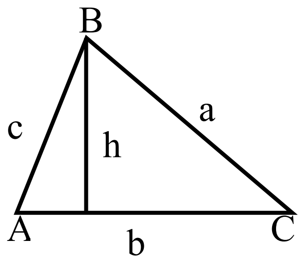
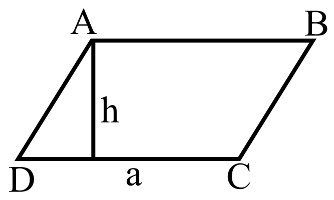
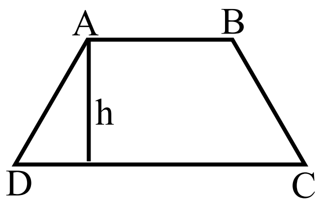
$$x = A\sin(\omega t), \tag{0.32}$$

где A и ω - постоянные величины.

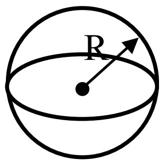
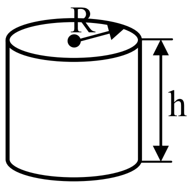
0.6. ЭЛЕМЕНТЫ ГЕОМЕТРИИ.

0.6.1. Количественные характеристики простейших геометрических фигур.

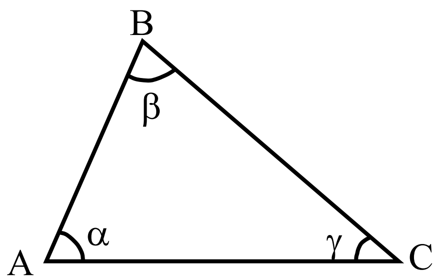
Плоские фигуры.

Фигура	Периметр	Площадь
	Длина окружности $L=2\pi R$	Площадь круга $S=\pi R^2$
	$L=a+b+c$	$S=\frac{1}{2}bh$
	$L=2(AB+BC)$	$S=ah$
	$L=AB+BC+$ $+CD+AD$	$S=\frac{AB+BC}{2}h$

Пространственные фигуры

Фигура	Площадь	Объем
	$S=4\pi R^2$	$V=4/3\,\pi R^3$
	$S_{\text{бок}}=2\pi Rh$	$V=S_{\text{осн}}h=\pi R^2 h$

0.6.2. Соотношение в произвольном треугольнике



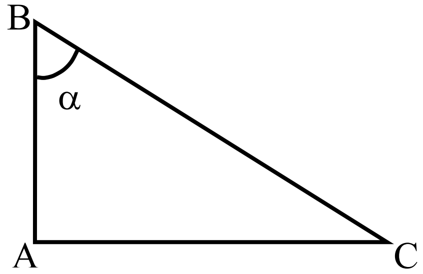
Теорема синусов

$$\frac{\sin\alpha}{|BC|}=\frac{\sin\beta}{|AC|}=\frac{\sin\gamma}{|AB|} \qquad (0.33)$$

Теорема косинусов

$$|AB|^2=|BC|^2+|AC|^2-2|BC||AC|\cos\gamma \qquad (0.34)$$

0.6.3. Соотношения в прямоугольном треугольнике



Теорема Пифагора

$$|AB|^2+|AC|^2=|BC|^2 \qquad (0.35)$$

Тригонометрические функции угла

$$\sin\alpha = \frac{|AC|}{|BC|};\ \cos\alpha = \frac{|AB|}{|BC|};$$
$$tg\alpha = \frac{|AC|}{|AB|};\ ctg\alpha = \frac{|AB|}{|AC|}. \qquad (0.36)$$

$$\sin^2\alpha + \cos^2\alpha = 1 \qquad (0.37)$$

0.6.4. Значение тригонометрических функций некоторых углов

α / ф-ия	0^o	30^o	45^o	60^o	90^o
	0	π/6	π/4	π/3	π/2
sin	0	1/2	$\sqrt{2}/2$	$\sqrt{3}/2$	1
cos	1	$\sqrt{3}/2$	$\sqrt{2}/2$	1/2	0
tg	0	$\sqrt{3}/3$	1	$\sqrt{3}$	
ctg		$\sqrt{3}$	1	$\sqrt{3}/3$	0

Одним из типичных примеров использования геометрических соотношений при решении физических задач является определение длины диагонали параллелограмма, получаемого при сложении векторов (см. п. 0.7).

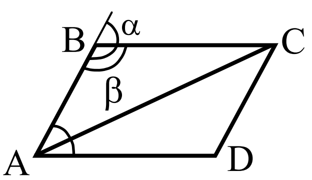


Рис. 0.2 К определению длины диагонали параллелограмма

Пусть в параллелограмме АВСД известны стороны и угол при вершине А ($\angle$A=α) (угол между складываемыми векторами) (рис0.2) Для нахождения диагонали АС применим теорему косинусов к треугольнику АВС:

$$|AC|^2 = |AB|^2 + |BC|^2 - 2|AB||BC|\cos\beta. \qquad (0.38)$$

Легко заметить (см.рис .0.2), что угол β=180°-α. Тогда по формулам приведения запишем

$$\cos\left(180^\circ - \alpha\right) = -\cos\alpha. \qquad (0.39)$$

Подставляя это значение косинусов, получим расчетную формулу для определения длины диагонали

$$|AC|^2 = |AB|^2 + |BC|^2 + 2|AB||BC|\cos\alpha \qquad (0.40)$$

0.7. ЭЛЕМЕНТАРНЫЕ СВЕДЕНИЯ О ВЕКТОРАХ

Все физические величины можно разделить на скаляры и векторы.

Скалярная величина определяется одним лишь числовым значением. Например, скалярами являются объем, время, температура. Скаляры имеют знак (положительный или отрицательный) и могут изображаться на числовых осях.

Вектором называется величина, характеризуемая двумя признаками: числовым значением и направлением. Изображается вектор направленным отрезком прямой (стрелкой). Над буквенными обозначениями вектора ставится стрелка.

Абсолютной величиной (или модулем) вектора называется длина отрезка изображающего вектор.

Два вектора равны друг другу, если они имеют равные модули, параллельны и направлены в одну сторону**.** Из определения равенства векторов следует, что вектор можно переносить параллельно самому себе.

Существенным признаком векторных величин является то обстоятельство, что они складываются геометрически (т.е. с учетом направления, в то время как скаляры складываются с учетом их знака).

Геометрическое сложение может осуществляться по двум эквивалентным правилам: по правилу параллелограмма и по правилу треугольника.

По правилу параллелограмма слагаемые векторы путем параллельного переноса сводятся своими началами в одну точку, затем строится параллелограмм, сторонами которого являются складываемые векторы. Диагональ параллелограмма, проходящая между складываемыми векторами и направленная из их начальной точки, будет изображать результирующий вектор (рис.0.3 б)

По правилу треугольника складываемые векторы путем параллельного переноса выстраиваются так, чтобы начало второго совпадало с концом первого. Тогда суммой будет век-

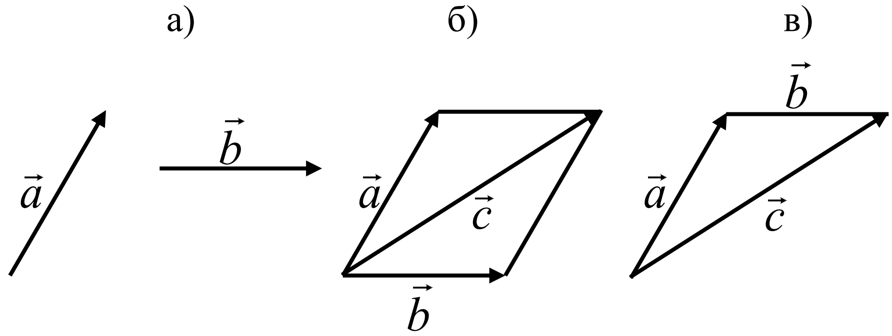


Рис. 0.3 Сложение векторов

тор, соединяющий начало первого и конец второго векторов.

а) слагаемые векторы б) сложение по правилу параллелограмма в) сложение по правилу треугольника. Модуль результирующего вектора $\vec{c} = \vec{a} + \vec{b}$ определяется на основе применения теоремы косинусов для соответствующего треугольника (см. рис.0.2).

Заметим, что правило треугольника удобно при сложении нескольких векторов, когда из слагаемых векторов выстраивают цепочку, а замыкающий вектор и будет суммарным вектором (в этом случае говорят о суммировании по правилу многоугольника).

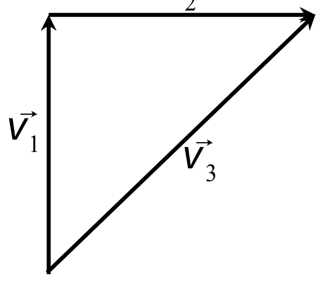


Рис. 0.4. Векторный треугольник скоростей

Одним из примеров использования правил сложения векторов в физике является определение перемещений или скоростей тела относительно разных систем отсчета. Вот простой пример.

Лодка пересекает реку перпендикулярно течению, двигаясь с некоторой скоростью v_1 относительно воды. Вода в реке движется относительно берегов с какой-то скоростью v_2.

Изобразим векторный треугольник скоростей (рис.0.4) из которого можем записать (на основании теоремы Пифагора) формулу для нахождения модуля скорости лодки относительно берегов.

$$v_3 = \sqrt{v_1^2 + v_2^2}\,. \qquad (0.41)$$

Скалярным произведением двух векторов $\vec{a}$ и $\vec{b}$ называется скаляр c равный произведению модулей перемножаемых векторов на косинус угла между ними (α)

$$c = \vec{a} \cdot \vec{b} \cdot \cos\alpha\,. \qquad (0.42)$$

Под квадратом вектора понимают скалярное произведение вектора самого на себя:

$$\left(\vec{a}\right)^2 = \vec{a} \cdot \vec{a} = a \cdot a \cdot \cos 0^0 = a^2. \qquad (0.43)$$

При умножении вектора $\vec{a}$ на скаляр k получается новый вектор $\vec{c}$, направление которого совпадает с направлением вектора $\vec{a}$, а модуль вектора $\vec{c}$ в k раз больше модуля вектора $\vec{a}$

Проекцией вектора на ось называется длина отрезка между проекциями начала и конца вектора, взятая со знаком "плюс" или "минус" (рис.0.5)

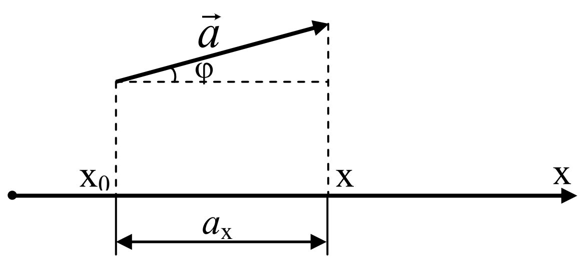


Рис 0.5 Нахождение проекции вектора на ось координат

Проекция вектора считается положительной, если от проекции начала вектора (x_0) к проекции конца вектора (x) нужно двигаться по направлению оси (ox):

$$a_x = x - x_0. \tag{0.44}$$

Легко видеть из построения (см. рис.0.5), что

$$a_x = a \cdot \cos\varphi, \tag{0.45}$$

где a - модуль вектора $\vec{a}$, а φ – угол между направлением вектора и направлением оси. Из этой формулы следует, что проекция положительна при остром угле ($\varphi<\pi/2$) и отрицательна при тупом угле ($\varphi>\pi/2$).

Проецирование вектора на ось используется для перехода от векторной записи уравнений к скалярной.

Наиболее часто к этому приходится прибегать при решении задач по механике, когда на тело действует несколько сил. Например, на тело, поднимающееся по наклонной плоскости с постоянным ускорением, действует четыре силы (рис. 0.6).

Сила тяжести $m\vec{g}$, сила реакции опоры $\vec{N}$, сила трения $\vec{F}_{тр}$ направленная против движения, сила тяги $\vec{F}_{т}$ направленная вверх вдоль наклонной плоскости.

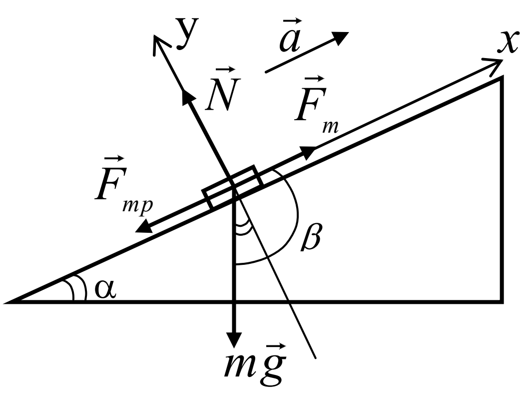


Рис.0.6. Силы, действующие на тело, при его движении по наклонной плоскости.

Ускорение, с которым двигается тело, определяем по второму закону Ньютона:

$$\vec{a} = \frac{1}{m}\sum_i \vec{F}_i = \frac{1}{m}\left(m\vec{g} + \vec{N} + \vec{F}_m + \vec{F}_{mp}\right). \qquad (0.46)$$

Однако по данной формуле, записанной в векторном виде, нельзя проводить количественных расчетов. Поэтому требуется перейти от векторной записи формулы к скалярной путем проецирования всех векторов на координатные оси.

Выбираем координатные оси так, чтобы ось *ox* совпала с направлением вектора ускорения $\vec{a}$, а ось *oy* перпендикулярна к ней (см. рис.0.6).

Согласно вышеприведенному правилу для проекции силы тяжести на ось *ox* запишем

$$\left(m\vec{g}\right)_x = mg\cos\beta, \qquad (0.47)$$

где β – угол между направлением силы тяжести и направлением оси *ox* (см, рис.0.6). Запишем, что данный угол равен

$$\beta = \frac{\pi}{2} + \alpha, \qquad (0.48)$$

где α – угол наклона плоскости к горизонту. Подставляя это значение угла β в формулу (0.47) получим выражение

$$\left(m\vec{g}\right)_x = mg\cos\left(\frac{\pi}{2} + \alpha\right), \qquad (0.49)$$

которое с учетом формул приведения, перепишем в виде

$$\left(m\vec{g}\right)_x = -mg\sin\alpha. \qquad (0.50)$$

Аналогичным образом найдем проекцию вектора силы тяжести на координатную ось *oy*:

$$\left(m\vec{g}\right)_y = mg\cos\left(\pi - \alpha\right) = -mg\cos\alpha. \qquad (0.51)$$

Достаточно очевидны значения проекций других векторов.

С учетом значений проекций векторов представим вышеприведенное выражение для вектора ускорения (0.46) в виде двух скалярных формул, записанных через проекции векторов на две взаимно перпендикулярные оси:

$$ox:\ \ a = \frac{1}{m}\left(-mg\sin\alpha + F_m - F_{mp}\right) \qquad (0.52)$$

$$oy:\ 0=\frac{1}{m}\left(-mg\cos\alpha+N\right). \qquad (0.53)$$

Если учесть известную форму для модуля силы трения

$$F_{тр}=\mu N, \qquad (0.54)$$

где μ – коэффициент трения, то можно получить расчетную формулу для определения ускорения

$$a=\frac{F_{т}}{m}-g\left(\sin\alpha+\mu\cos\alpha\right) \qquad (0.55)$$

по заданным значениям силы тяги (F_T), массы тела (m), коэффициента трения (μ) и угла наклона плоскости к горизонту (α).

0.8. АЛГОРИТМЫ (ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОСТЬ) ФИЗИКО-МАТЕМАТИЧЕСКИХ ОПЕРАЦИЙ ПРИ РЕШЕНИИ ЗАДАЧ

Математическое обеспечение курса физики наиболее ярко проявляется в процессе решения физических задач. Взаимное сочетание выполняемых при этом операций качественного (аналитического) и количественного (вычислительного) характера удобно представить в виде своеобразного алгоритма решения задач.

N	Основные операции	Содержание операций и дополнение к ним
1.	Записать кратко условие задачи и привести схематическое представление.	На схеме можно отразить элементы выбранной системы координат и траектории движения, а также векторы кинематических и динамических величин, последовательных стадий изменения состояния вещества и т.д.

2.	Выбрать базовые (или ключевые) формулы.	При этом следует указать мотивы сделанного выбора, основываясь на анализе физической ситуации, рассматриваемой в задаче.
3.	Применить базовые формулы к условиям задачи.	Здесь потребуется выполнить ряд «дежурных» предписаний (напр. записать базовые формулы с учетом конкретных особенностей задачи, перейти от векторной записи формул к скалярной и т.д.) и тем самым получить математическую модель задачи в виде определенной системы уравнений.
4.	Решить полученную систему уравнений (или одно уравнение).	Результат выполнения этого (в основном, математического) этапа представить в виде так называемой расчетной формулы, в левой части которой находится искомая величина, а в правой заданные (известные величины).
5.	Выполнить численные расчеты.	Подставить в расчетную формулу значения известных величин (предварительно выраженных в единицах СИ) и привести цифровой результат вычислений (без подробного показа выполняемых арифметических действий). Записать ответ, снабдив полученный цифровой результат указанием единицы измерения найденной величины.

1. ФИЗИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ МЕХАНИКИ

1.1. ВОПРОСЫ ПРОГРАММЫ ВСТУПИТЕЛЬНОГО ЭКЗАМЕНА

Механическое движение. Система отсчёта. Материальная точка. Траектория.

Путь и вектор перемещения. Проекция вектора перемещения. Проекция вектора перемещения на ось и координаты движущегося тела. Прямолинейное равномерное движение. Вектор скорости. Сложение движений, направленных под углом друг к другу.

Прямолинейное равноускоренное движение. Вектор ускорения. Формулы для ускорения, скорости и перемещения. Графики зависимости кинематических величин от времени при прямолинейных движениях. Свободное падение. Ускорение, скорость и перемещение тел, брошенных вертикально. Движение по окружности с постоянной по модулю скоростью. Частота и период обращения. Центростремительное ускорение.

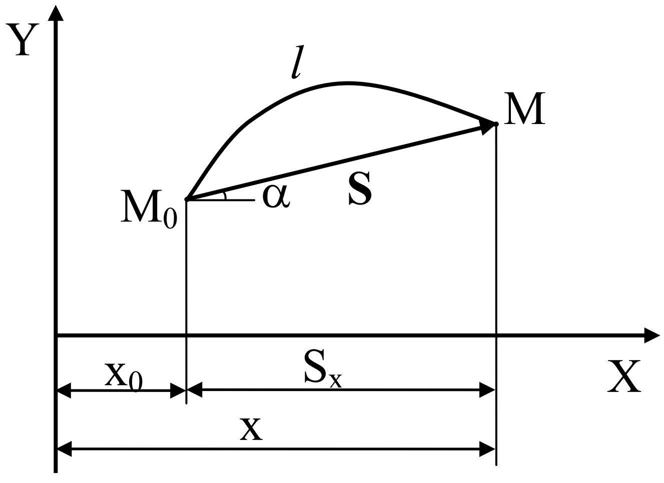
Первый закон Ньютона. Инерциальные системы отсчета. Масса и плотность тел. Второй закон Ньютона. Вектор силы. Сложение и разложение сил. Третий закон Ньютона. Способы измерения силы и массы. Закон Всемирного тяготения. Гравитационные силы и силы тяжести. Вес тела, движущегося с ускорением по вертикали. Невесомость и динамические перегрузки. Силы упругости. Закон Гука. Силы трения. Коэффициент трения скольжения. Динамика движения по наклонной плоскости. Использование векторной и скалярной формы второго закона Ньютона. Динамика движения по окружности. Центростремительная сила. Центробежные механизмы.

Динамика движения спутников Земли. Расчет первой космической скорости. Импульс тела. Закон сохранения импульса. Реактивное движение. Механическое движение и мощность. Кинетическая энергия. Теорема об изменении кинетической энергии. Потенциальная энергия тел в поле силы тяжести и упруго деформированных тел. Закон сохранения энергии в механике. Превращение одного вида механической энергии в другой. Работа – мера изменения энергии. Работа сил трения и коэффициент полезного действия механизмов.

Давление. Закон Паскаля. Гидравлические механизмы. Атмосферное давление. Гидростатическое давление. Зависимость давления жидкости (газа) от высоты столба жидкости (газа). Архимедова сила. Условие плавания тел на поверхности жидкости.

1.2. ОСНОВНЫЕ ПОНЯТИЯ, ФОРМУЛЫ И ОПРЕДЕЛЕНИЯ.

Механическим движением тела называют изменение с течением времени его положение в пространстве относительно других тел. Систему координат и часы, связанные с



телом отсчета, называют системой отсчета. Материальной точкой называют тело, размерами и формой которого, в рассматриваем случае, можно пренебречь. Непрерывную линию, которую описывает движущееся тело (рассматриваемое как материальная точка) по отношению к выбранной системе отсчета, называют траекторией (см. рис.).

Длиной пути называется расстояние, отсчитанное вдоль траектории между начальным и последующим положением тела (l).

Вектором перемещения называют направленный отрезок прямой, соединяющий начальное положение тела (M_0) с его последующим положением (M).

Проекция вектора перемещения $\vec{S}$ на координатную ось X равна:

$$S_x = S\cos\alpha \tag{0.1}$$

и связана с координатой движущейся точки очевидным соотношением:

$$x = x_0 + S_x. \tag{0.2}$$

Скоростью равномерного прямолинейного движения называют постоянную векторную величину, равную отношению вектора перемещения за любой промежуток времени к значению этого промежутка t.

$$\vec{v} = \frac{\vec{S}}{t}. \tag{0.3}$$

Направлен вектор скорости также как вектор перемещения, т.е. вдоль траектории движения (при рассматриваемом прямолинейном движении). Спроецировав вектор скорости и вектор перемещения на координатную ось, например на ось X, перейдём от векторной записи формулы к скалярной:

$$v_x = \frac{S_x}{t}. \tag{0.4}$$

Ускорением тела при его равноускоренном прямолинейном движении называется величина, равная отношению изменения вектора скорости к промежутку времени, в течение которого это изменение произошло.

$$\vec{a} = \frac{\vec{v} - \vec{v}_0}{t}, \tag{0.5}$$

где $\vec{v}_0$ – вектор скорости тела в начальный момент времени;
$\vec{v}$ – вектор скорости тела в момент времени t.

Зная начальную скорость $\vec{v}_0$ и ускорение $\vec{a}$, можно найти скорость тела $\vec{v}$ в любой момент времени:

$$\vec{v} = \vec{v}_0 + \vec{a}t. \quad (0.6)$$

Перемещение при равноускоренном прямолинейном движении определяется по формуле:

$$\vec{S} = \vec{v}_0 t + \frac{\vec{a}t^2}{2}. \quad (0.7)$$

Так как все векторы ($\vec{S}, \vec{v}_0, \vec{v}, \vec{a}$) направлены вдоль одной оси (оси Ox), то легко перейти от векторной записи приведённых формул к скалярной:

$$v = v_0 \pm at; \; S = v_0 t \pm \frac{at^2}{2}, \quad (0.8)$$

где знак «плюс» относится к ускоренному движению, а «минус» - к замедленному движению.

При движении по окружности с постоянной по модулю скоростью ускорение точки, называемое центростремительным, находится по формуле:

$$a_{цс} = \frac{v^2}{R}, \quad (0.9)$$

где R - радиус окружности, по которой происходит движение. Направлен вектор центростремительного ускорения по радиусу окружности к её центру.

Первый закон Ньютона гласит, что существуют такие системы отсчёта, относительно которых любое тело сохраняет состояние покоя или прямолинейного равномерного движения до тех пор, пока другие тела не выведут его из этого состояния.

Согласно второму закону Ньютона ускорение, приобретаемое телом, прямо пропорционально действующей на него силе и обратно пропорционально его массе:

$$\vec{a} = \frac{\vec{F}}{m}, \quad (0.10)$$

где

$$\vec{F} = \sum_{i=1}^{n} \vec{F}_i .$$

В проекциях векторов на координатные оси, например оси Ох и Оу формула второго закона Ньютона предстанет в скалярном виде:

$$ma_x = \sum_{i=1}^{n} F_{ix};\ ma_y = \sum_{i=1}^{n} F_{iy} \qquad (0.11)$$

По третьему закону Ньютона силы, с которыми тела действуют друг на друга, направлены по одной прямой, равны по модулю и противоположны по направлению:

$$\vec{F}_1 = -\vec{F}_2 . \qquad (0.12)$$

Гравитационные силы определяются законом всемирного тяготения, согласно которому модуль силы взаимного притяжения тел прямо пропорционален массе каждого из этих тел и обратно пропорционален квадрату расстояния между ними:

$$F = G\frac{m_1 m_2}{r^2}, \qquad (0.13)$$

где G=6,67·10^{-11} Н·м^2/кг^2 - гравитационная постоянная. Заметим, что приведённая формула справедлива, когда расстояние между телами настолько велико по сравнению с их размерами, что тела можно считать материальными точками или взаимодействующие тела обладает сферически симметричным распределением массы. Во втором случае за r принимается расстояние между геометрическими центрами тел.

Одно из проявлений силы всемирного тяготения - сила тяжести, под которой понимается сила притяжения к Земле тел, находящихся вблизи её поверхности. Если тело расположено на поверхности Земли или близко от неё, то расстояние между телом и центром Земли будет равняться радиусу Земли (Rз=6400 км):

$$F_{тяж} = G\frac{M_з m}{R_з^2} = mg, \qquad (0.14)$$

где

$$g = G\frac{M_з}{R_з^2}, g=9,8 \text{ м/с}^2.$$

g – ускорение свободного падения вблизи поверхности Земли.

Направлена сила тяжести по вертикали вниз, также как и вектор ускорения свободного падения и поэтому можно записать в векторной форме:

$$\vec{F}_{тяж} = m\vec{g}. \tag{0.15}$$

Весом тела называют силу, с которой тело вследствие притяжения его к Земле действует на горизонтальную опору или подвес. Вес тела приложен к опоре или подвесу, а по третьему закону Ньютона к телу со стороны опоры или подвеса приложена равная по модулю и противоположная по направлению сила реакции $\vec{N}$:

$$\vec{P} = -\vec{N} \tag{0.16}$$

В тех случаях, когда тело находится в покое или движется равномерно и прямолинейно относительно Земли сила реакции $(\vec{N})$ уравновешивает силу тяжести $(m\vec{g})$:

$$\vec{N} = -m\vec{g} \tag{0.17}$$

и поэтому в этих случаях вес тела будет равен силе тяжести, действующей на тело:

$$\vec{P} = m\vec{g}. \tag{0.18}$$

В других случаях, когда тело будет двигаться ускоренно относительно Земли, его вес может быть как больше силы тяжести (перегрузка), так и меньше (разгрузка) вплоть до равенства нулю (невесомость).

Сила упругости, возникающая при деформации тела, пропорциональна удлинению тела и направлена противоположно направлению перемещения частиц тела относительно других частиц (закон Гука). Для осевого (вдоль оси x) растяжения или сжатия закон Гука запишется в виде:

$$\left(F_{упр}\right)_x = -kx, \tag{0.19}$$

где: $(F_{упр})_x$ – проекция силы упругости на ось x;

k – коэффициент упругости (жёсткость тела);
x – удлинение тела (пружины).

Сила трения скольжения возникает при непосредственном соприкосновении тел и направлена противоположно скорости скольжения этих тел относительно друг друга. Модуль силы трения скольжения пропорционален силе давления тела на опору (т.е. силе реакции опоры):

$$F_{тр} = \mu N, \tag{0.20}$$

где μ – коэффициент трения скольжения.

Импульсом тела называется величина, равная произведению массы тела на его скорость:

$$\vec{K} = m\vec{V}. \tag{0.21}$$

По закону сохранения импульса геометрическая (векторная) сумма импульсов тел, составляющих замкнутую систему, остаётся постоянной:

$$\sum_{i=1}^{n} \vec{K}_i = const. \tag{0.22}$$

Работа постоянной силы равна произведению модуля силы на модуль перемещения и на косинус угла между векторами силы и перемещения:

$$A = F \cdot S \cdot \cos\alpha. \tag{0.23}$$

Кинетическая энергия тела равна половине произведения массы тела на квадрат его скорости:

$$E_k = \frac{mV^2}{2}. \tag{0.24}$$

Согласно теореме о кинетической энергии работа равнодействующей силы равна изменению кинетической энергии тела:

$$A = \frac{mV_2^2}{2} - \frac{mV_1^2}{2}, \tag{0.25}$$

где v_1, v_2 – модули вектора начальной и конечной скорости.
Потенциальная энергия тела в поле силы тяжести равна:

$$E_p = mgh, \tag{0.26}$$

где h – высота, на которую поднято тело над нулевым уровнем.

Потенциальная энергия упруго деформированного тела равна:

$$E_p = \frac{kx^2}{2}, \qquad (0.27)$$

где k – коэффициент жёсткости;
x – абсолютная деформация тела.

Полной механической энергией системы называется сумма кинетических и потенциальных энергий тел, составляющих систему:

$$E = E_k + E_p. \qquad (0.28)$$

Закон сохранения энергии в механике гласит: полная механическая энергия замкнутой системы тел, взаимодействующих силами тяготения или силами упругости, остаётся неизменной:

$$E = E_k + E_p = const. \qquad (0.29)$$

При наличии в механической системе сил трения полная механическая энергия не остаётся постоянной и превращается из механической энергии во внутреннюю (тепловую) энергию тел. При этом изменение механической энергии (ΔE) равняется работе сил трения ($A_{тр}$):

$$\Delta E = A_{тр}. \qquad (0.30)$$

При работе всех машин из-за наличия сил трения часть механической энергии бесполезно превращается во внутреннюю энергию. Ту часть энергии, которая преобразуется в нужный нам вид энергии, называют полезной. Отношение полезной работы ($A_{п}$) ко всей совершённой работе ($A_{сов}$) называется коэффициентом полезного действия (η):

$$\eta = \frac{A_п}{A_{сов}} \cdot 100\%. \qquad (0.31)$$

Мощностью называется величина, равная отношению совершённой работы к промежутку времени, за который она совершена:

$$N = \frac{A}{t}. \qquad (0.32)$$

С учётом формулы для работы:

$$N = F \cdot v \cdot \cos\alpha. \qquad (0.33)$$

Давлением называют величину, равную отношению модуля силы, действующей перпендикулярно поверхности к площади этой поверхности:

$$p = \frac{F}{S}. \qquad (0.34)$$

По закону Паскаля все жидкости и газы передают производимое на них давление во все стороны одинаково.

Давление жидкости (газа) равно произведению плотности жидкости (газа) на модуль ускорения свободного падения и высоту h столба жидкости (газа):

$$p = \rho g h. \qquad (0.35)$$

Архимедова сила, выталкивающая погружённое в жидкость (или газ) тело равна весу жидкости (или газа), вытесненной телом:

$$F_{арх} = m_{ж} g = \rho_{ж} V_{п} g, \qquad (0.36)$$

где $\rho_{ж}$ – плотность жидкости (или газа);

$V_{п}$ – объём части тела, погружённого в жидкость (или газ);

g – ускорение свободного падения.

Архимедова сила направлена противоположно силе тяжести. Если сила тяжести по модулю больше архимедовой силы, то тело тонет; в противоположном случае тело всплывает; при равенстве модулей силы тяжести и архимедовой силы тело может находиться в равновесии на любой глубине.

1.3. ПРИМЕРЫ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ

Кинематика

1.3.1. Два велосипедиста движутся навстречу друг другу: первый, имея начальную скорость 18 км/ч, равнозамедленно с ускорением 0,2 м/с^2, второй, имея начальную скорость 5,4 км/ч, равноускоренно с тем же ускорением. Первоначальное расстояние между ними 130 м. Через какое время они встретятся, и какое расстояние пройдёт каждый велосипедист?

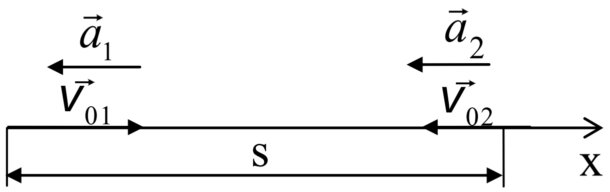
Дано:
s = 130 м
v_{01}=18 км/ч=5 м/с
v_{02}=5,4 км/ч=1,5 м/с
a_1=a_2=a=0,2 м/с^2

t=? s_1=? s_2=?

Решение:

Совместим ось ох с направлением движения первого велосипедиста, поместив его в начало координат при t=0.

Тогда второй имеет начальную координату x_{02}=s.



Кинематические уравнения движения велосипедистов имеют вид:

$$x_1 = v_{01}t - \frac{at^2}{2};$$

$$x_2 = x_{02} - v_{02}t - \frac{at^2}{2}.$$

В момент встречи $x_1 = x_2$:

$$v_{01}t - \frac{at^2}{2} = x_{02} - v_{02}t - \frac{at^2}{2}, \text{ или:}$$

$$v_{01}t = x_{02} - v_{02}t.$$

Откуда:

$$\boxed{t=\frac{x_{02}}{v_{01}+v_{02}}}.$$

Подставим числовые значения

$$t=\frac{130}{5+1,5}=20c.$$

Расстояние, пройденное первым велосипедистом:

$$s_1=x_1=v_{01}t-\frac{at^2}{2}=5\cdot 20-\frac{0,2\cdot 400}{2}=60м,$$

а вторым:

$$s_2=s-s_1=130-60=70\ м$$

1.3.2. Уравнение движения тела задано в виде $x=15t+0,4t^2$. Определить: начальную скорость, ускорение тела, а также координату и скорость через 5 секунд после начала движения.

Дано:
$x=15t+0,4t^2$
t=5 с
v_0=? a=?
x=? v=?

Решение:

Сравнивая уравнение движения, заданное по условию задачи с уравнением равноускоренного движения в общем виде:

$$x=x_0+v_0t+\frac{at^2}{2}$$

получаем: $x_0=0$; $v_0=15$ *м/с*; $a=0,8$ *м/с*^{2}

Подставляя время t=5 с в уравнение движения, получаем:

$$x=15\cdot 5+\frac{0,8\cdot 25}{2}=85м.$$

Скорость в данный момент времени находим по формуле:

$$v=v_0+at=15+0,8\cdot 5=19\ м/с.$$

1.3.3. Мотоциклист начал движение из состояния покоя с постоянным ускорением 0,8 м/с^2. Определить путь, пройденный мотоциклистом за первую, третью, пятую и седьмую секунды движения. Определить скорость мотоциклиста в конце двадцатой секунды и путь, пройденный за вторые десять секунд.

Дано:
a=0,8 м/с^2
v_0=0

s_1=? $s_{2,3}$=?
$s_{4,5}$=? $s_{6,7}$=?
v_{20}=? $s_{10,20}$=?

Решение:

Путь, пройденный при равноускоренном движении без начальной скорости, определяется по формуле:

$$s = \frac{at^2}{2}.$$

За первую секунду путь равен:

$$s_1 = \frac{0{,}8 \cdot 1}{2} = 0{,}4\,м.$$

За n – ю секунду путь равен разности путей за n и n - 1 секунды. В условиях данной задачи:

$$s_{2,3} = s_3 - s_2 = \frac{at_3^2}{2} - \frac{at_2^2}{2} = \frac{a}{2}(t_3^2 - t_2^2) = \frac{0{,}8}{2}(9-4) = 2м$$

$$s_{4,5} = s_5 - s_4 = \frac{at_5^2}{2} - \frac{at_4^2}{2} = \frac{a}{2}(t_5^2 - t_4^2) = \frac{0{,}8}{2}(25-16) = 3{,}6м$$

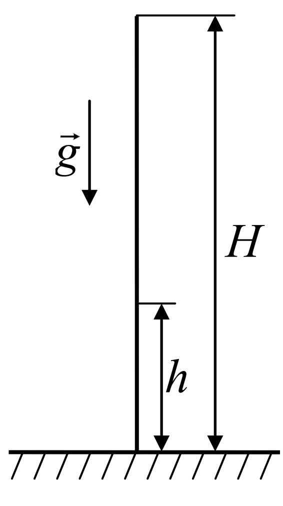
$$s_{6,7} = s_7 - s_6 = \frac{at_7^2}{2} - \frac{at_6^2}{2} = \frac{a}{2}(t_7^2 - t_6^2) = \frac{0{,}8}{2}(49-36) = 5{,}2м$$

аналогично:

$$s_{10,20} = s_{20} - s_{10} = \frac{at_{20}^2}{2} - \frac{at_{10}^2}{2} = \frac{a}{2}(t_{20}^2 - t_{10}^2) = \frac{0{,}8}{2}(400-100) = 120м$$

Скорость в конце двадцатой секунды найдём по формуле:
$v=at=0{,}8\cdot 20=16\,м$.

1.3.4. Свободно падающее тело за последние две секунды прошло 100 м. Найти время падения и высоту, с которой падало тело.



Дано:
Δt=2 с
h=100 м
a=g=10 м/с^2

t=? H=?

Решение:

Высота, с которой падало тело, определяется по формуле:

$$H = \frac{gt^2}{2}. \qquad (1)$$

Путь, пройденный за

время t-Δt определяется по формуле:

$$H-h=\frac{g(t-\Delta t)^2}{2}. \qquad (2)$$

Подставим уравнение (1) в (2) и решим полученное уравнение относительно t.

$$\boxed{t=\frac{h}{g\Delta t}+\frac{1}{2}\Delta t}.$$

Теперь определим H, подставив в (1) формулу для времени падения.

$$\boxed{H=\frac{1}{2}g\left(\frac{h}{g\Delta t}+\frac{1}{2}\Delta t\right)^2}$$

Подставив числовые значения заданных величин, получаем t=5 с; H=180 м.

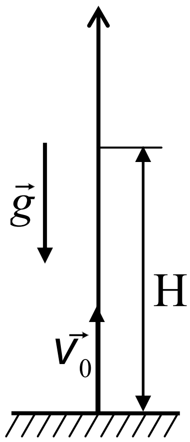
1.3.5. Стрела, пущенная вертикально вверх упала на землю через 8 с. Какова начальная скорость стрелы и максимальная высота подъема?

Дано:
t=8 с
a=g=10 м/с^2

t=? H=?

Решение

Половину времени стрела будет двигаться равнозамедленно с ниием g и некоторой начальной скоростью v_0, а другую половину – равноускоренно с тем же рением без начальной скорости, т.к. скорость в верхней точке равна 0.



Рассмотрим движение в первую половину времени:

$$h=v_0\frac{t}{2}-\frac{g\left(\frac{t}{2}\right)^2}{2},$$

$$v=v_0-g\frac{t}{2}.$$

Из второго уравнения имеем (поскольку v=0):

$$v_0 = g\frac{t}{2} = 40 м/с.$$

Подставляя в первое, получаем:

$$h = \frac{gt^2}{4} - \frac{gt^2}{8} = \frac{gt^2}{8} = 80 м$$

Динамика.

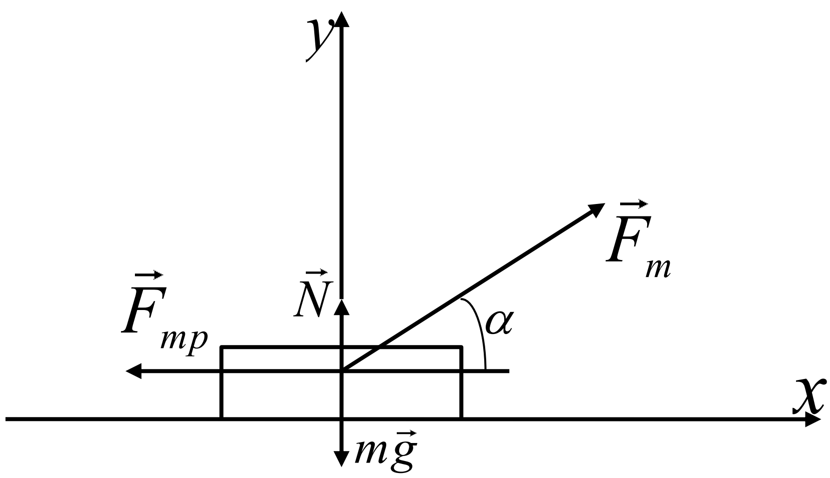
1.3.6. Брусок массой 50 кг перемещается по горизонтальной поверхности под действием силы 300 Н, направленной под углом 30° к поверхности, коэффициент трения скольжения 0,1. С каким ускорением движется брусок?

Дано:
m=50 кг
F_m=300 Н
α=30°
μ=0,1

---

a=?

Решение:



На брусок действуют: сила тяги, сила тяжести, сила нормальной реакции и сила трения. По второму закону Ньютона:

$$m\vec{a} = \vec{F}_т + m\vec{g} + \vec{N} + \vec{F}_{тр}$$

Спроецируем эти силы на две взаимно перпендикулярные оси *ox* и *oy* и дополним систему уравнений выражением для силы трения:

$$ox: ma = F_т \cos\alpha - F_{тр}$$

$$oy: 0 = N + F_т \sin\alpha - mg$$

$$F_{тр} = \mu N$$

Из второго уравнения системы имеем:

$$N = mg - F_т \sin\alpha$$

следовательно, сила трения:

$$F_{тр} = \mu \cdot N = \mu(mg - F_т \sin\alpha)$$

Подставляя в первое уравнение системы:

$$ma = F_т \cos\alpha - F_{тр} = F_т \cos\alpha - \mu(mg - F_т \sin\alpha) =$$

$$= F_т(\cos\alpha + \mu\sin\alpha) - \mu mg.$$

Находим ускорение:

$$a = \frac{F_т(\cos\alpha + \mu\sin\alpha) - \mu mg}{m} =$$

$$= \frac{300(0,86 + 0,05) - 0,1 \cdot 50 \cdot 10}{50} \approx 4,5 \ м/с^2$$

1.3.7. Автомобиль весом 10 кН при торможении останавливается за 5 с, проходя равнозамедленно путь 25 м. Определить силу торможения, начальную скорость автомобиля и коэффициент трения.

Дано:

$P=10 \cdot 10^3$ Н

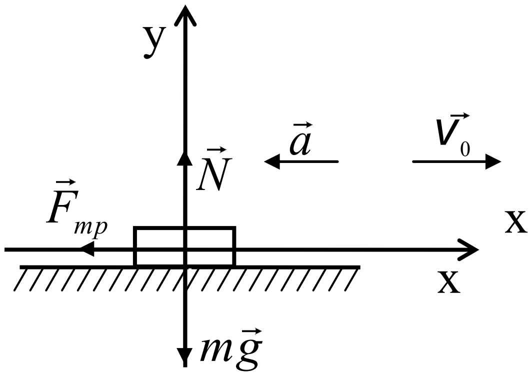
$t=5$ с

$s=25$ м

$F_{тр}=?$

$v_0=?$ $\mu=?$

Решение:



На автомобиль действуют сила трения (торможения), сила тяжести, сила нормальной реакции опоры. Согласно второму закону Ньютона:

$$m\vec{a} = \vec{F}_{тр} + m\vec{g} + \vec{N}$$

По условию данной задачи достаточно рассмотреть проекцию данных сил на ось *ox* вдоль направления движения; т.к. сила трения:

$$-ma = -F_{тр} \text{ или } ma = F_{тр}$$

Ускорение и начальную скорость найдём из кинематических уравнений описывающих равнозамедленное движение:

$$v = v_0 - at$$

$$s = v_0 t - \frac{at^2}{2}.$$

Откуда: $s = at^2 - \frac{at^2}{2} = \frac{at^2}{2}$

или $a = \frac{2s}{t^2}$.

Тогда: $F_{тр} = ma = m\frac{2s}{t^2} = \frac{10^3 \cdot 2 \cdot 25}{25} = 2 \cdot 10^3 H$.

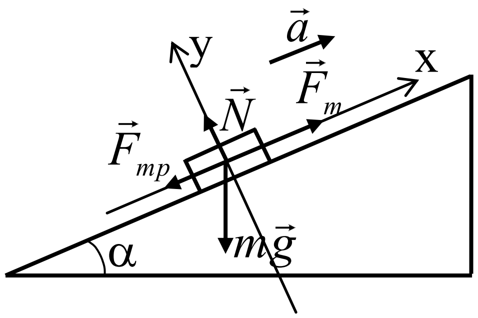
$$\mu = \frac{F_{тр}}{mg} = \frac{2 \cdot 10^3}{10^4} = 0{,}2,$$

$$v_0 = at = \frac{2s}{t} = \frac{50}{5} = 10 м/с.$$

1.3.8. Автомобиль массой 1 т двигается в гору с уклоном 0,4 из состояния покоя и за 5с проходит 25 м. Найти силу тяги двигателя автомобиля, если коэффициент трения равен 0,2.

1. Запишем кратко условия задачи и приведём схематическое изображение:

Дано:	Решение:
$v_0=0$	
$m=10^3$ кг	
$s=25$ м	
$t=5$ с	
$\mu=0{,}2$	
$\sin\alpha=0{,}4$	
$F_m=?$	



2. Выбираем базовые формулы, учитывая, что в данной задаче речь идёт о динамике равноускоренного движения:

$$\sum_{i=1}^{n}\vec{F}_i = m\vec{a},$$

$$\vec{s} = \vec{v}_0 t + \frac{\vec{a}t^2}{2}.$$

3. Применим эти формулы к данной задаче:

а) Запишем их с учётом конкретно действующих сил и отсутствия начальной скорости:

$$m\vec{g} + \vec{N} + \vec{F}_{тр} + \vec{F}_m = m\vec{a},$$

$$\vec{s} = \frac{\vec{a}t^2}{2}.$$

б) Перейдём к скалярному виду, для чего спроецируем все векторы на координатные оси:

$$ox: -mg\cdot\sin\alpha - F_{тр} + F_m = ma; \; s = \frac{at^2}{2}$$

$$oy: -mg\cdot\cos\alpha + N = 0$$

в) Добавим к полученным формулам известное выражение для определения силы трения; получили систему из 4-х уравнений с 4-мя неизвестными:

$$\begin{cases} -mg\cdot\sin\alpha - F_{тр} + F_m = ma & (1) \\ -mg\cdot\cos\alpha + N = 0 & (2) \\ s = \dfrac{at^2}{2} & (3) \\ F_{тр} = \mu N & (4) \end{cases}$$

4. Решаем полученную систему уравнений. Из второго и четвёртого уравнений находим силу трения, из третьего – ускорение и подставляем их в первое уравнение. Получим расчётную формулу:

$$F_m = mg(\sin\alpha + \mu\cos\alpha + \frac{2s}{gt^2})$$

5. Выполним численные расчёты, учтя что:

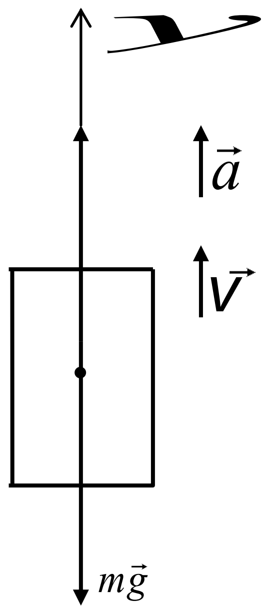
$$\cos\alpha = \sqrt{1-\sin^2\alpha} = 0{,}9,$$

$$F_m = 10^3\cdot 10(0{,}4 + 0{,}2\cdot 0{,}9 + \frac{2\cdot 25}{10\cdot 5^2}) = 7{,}8\cdot 10^3$$

Ответ: F_m=7,8 кН.

1.3.9. Канат выдерживает нагрузку 3,6 кН. С каким наибольшим ускорением можно поднимать груз массой 300 кг?

Дано:	Решение:
p=3,6·10³ Н m=300 кг	
a=?	



На груз действуют сила тяжести и сила натяжения каната. Уравнение движения груза запишется в виде:

$$m\vec a = m\vec g + \vec F_H.$$

Спроецируем все векторы на ось Оу:

$$ma = F_H - mg.$$

Предельная нагрузка:

$$F_H = P,$$

откуда:

$$a = \frac{P - mg}{m} = \frac{3,6 \cdot 10^3}{300} = 2м/с^2$$

1.3.10. Вычислить ускорение свободного падения тела, находящегося на расстоянии 100 км от поверхности Земли.

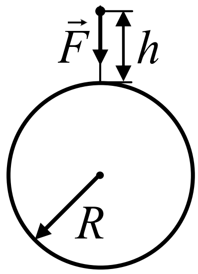
Дано:

h=100 км

R=6,4·10^6 м

g=?

Решение:



В соответствии с законом всемирного тяготения на тело, находящееся на высоте h над поверхностью Земли действует сила:

$$F = G\frac{M \cdot m}{r^2}, \tag{1}$$

где: M – масса Земли;

m – масса тела;

r – расстояние от центра Земли до тела;

G – гравитационная постоянная.

Под действием этой силы тело будет двигаться равноускоренно вниз с ускорением g:

$$F = mg \tag{2}$$

Приравнивая (1) и (2) получаем:

$$G\frac{M \cdot m}{r^2} = mg$$

или

$$g = G\frac{M}{\left(R + h\right)^2}. \tag{3}$$

В то же время у поверхности Земли:

$$g_0 = G\frac{M}{R^2} = 9{,}8\,м/с^2. \qquad (4)$$

Разделим (3) на (4):

$$\frac{g}{g_0} = \frac{R^2}{(R+h)^2},$$

или

$$g = g_0\frac{R^2}{(R+h)^2} = \frac{9{,}8(6{,}4\cdot 10^6)^2}{6{,}9\cdot 10^{12}} = 9{,}65\ м/с^2.$$

Законы сохранения в механике.

1.3.11. Какую работу совершает человек при поднятии груза массой 2 кг на высоту 1 м с ускорением 3 м/с^2?

Дано:
m=2 кг
h=1 м
a=3 м/с^2

A=?

Решение:

Возможны два варианта решения.

1 Вариант

Согласно определению работа силы тяги определяется по формуле (1.23)

$$A = F\cdot S\cdot\cos\alpha$$

С учетом того, что α=0°, S=h

$$A = F\cdot h, \qquad (2)$$

где F – сила, приложенная человеком к грузу при его поднятии. Эту силу найдем из второго закона Ньютона:

$$F - mg = ma \qquad (3)$$

или

$$F = m(g+a). \qquad (3а)$$

Подставим формулу (3а) в формулу (2) и получим расчетную формулу.

$$\boxed{A = mgh\left(1+\frac{a}{g}\right)}.$$

2 Вариант:

Воспользуемся теоремой об изменении механической энергии

$$A = E - E_0. \tag{4}$$

Здесь E_0 – полная механическая энергия тела в начальный момент времени. В начальном положении и кинетическая и потенциальная энергии были равны нулю; E – полная механическая энергия в конечный момент времени

$$E = mgh + \frac{mv^2}{2}.$$

Подставим выражения для E и E_0 в формулу (4) и получим

$$A = mgh + \frac{mv^2}{2}. \tag{5}$$

Скорость определим и уравнений кинематики

$$\begin{cases} h = \dfrac{at^2}{2} \\ v = at \end{cases} \Rightarrow v = \sqrt{2ah}. \tag{6}$$

Подставляем (6) в (5) и получаем тот же ответ

$$\boxed{A = mgh\left(1 + \frac{a}{g}\right)}$$

$$A = 2 \cdot 10 \cdot 1\left(1 + \frac{3}{10}\right) = 26\ Дж$$

1.3.12. Пуля массой 10г, летящая со скоростью 600 м/с пробивает доску толщиной 4 см и вылетает из неё со скоростью 400 м/с. Найти силу сопротивления доски.

Дано:
v_1=600 м/с
v_2=400 м/с
m=10 г=10^{-2} кг
S=4 см=$4\cdot10^{-3}$ м

F=?

Решение:

С одной стороны работа сил сопротивления определяется как

A=-F·S, см. (1.23) при условии α=180°.

С другой стороны работа равна

изменению кинетической энергии пули:

$$A = \Delta E_k = E_{k2} - E_{k2} = \frac{mv_2^2}{2} - \frac{mv_1^2}{2} = \frac{m}{2}\left(v_2^2 - v_1^2\right).$$

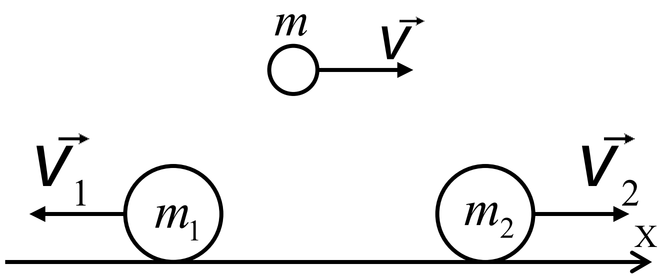
Приравняв эти выражения, получим расчетную формулу

$$F = \frac{m}{2S}\left(v_1^2 - v_2^2\right).$$

Подставим числовые значения

$$F = \frac{10^{-2}}{2\cdot 4\cdot 10^{-2}}\left(6^2 - 4^2\right)\cdot 10^4 = 2{,}5\cdot 10^4\ H.$$

1.3.13. Два человека на коньках стоят друг против друга. Масса первого человека 70 кг, масса второго – 80 кг. Первый второму бросает груз массой 10 кг со скоростью 5 м/с в горизонтальном направлении относительно Земли. Определить скорости обоих человек после обмена грузом. Трением пренебречь.

Дано:	Решение:
m_1=70 кг m_2=80 кг m=10 кг v=5 м/с	
v_1=?	

v_2=?

Запишем закон сохранения импульса для каждого человека при обмене грузом. Для первого человека закон запишется в виде:

$$0 = m_1\vec{v}_1 + m\vec{v};$$

Для второго:

$$m\vec{v} = (m_2 + m)\vec{v}_2$$

Перепишем эти уравнения на ось ox

$$ox: 0 = -m_1 v_1 + mv$$

откуда:

$$\boxed{v_1 = \frac{mv}{m_1} = \frac{10 \cdot 5}{70} = \frac{5}{7}\ м/с}$$

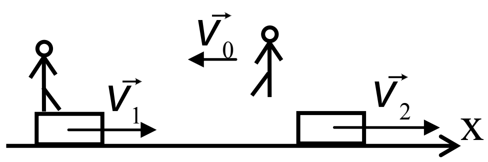
Для второго человека закон запишется в виде:

$$ox: mv = (m_2 + m) \cdot v_2$$

следовательно:

$$\boxed{v_2 = \frac{mv}{m_2 + m} = \frac{10 \cdot 5}{10 + 80} = \frac{5}{9}\ м/с}$$

1.3.14. С лодки массой 150 кг, движущейся со скоростью 3 м/с в сторону, противоположную её движению прыгает в воду человек с горизонтальной скоростью 5 м/с относительно лодки. Масса человека 50 кг. Какой станет скорость лодки после прыжка человека?

Дано:	Решение:
m_1=150 кг m_2=50 кг v_1=3 м/с v_0=5 м/с	
v_2=?	

Пусть ось ох связана с телом отсчёта (водой). Система взаимодействия «человек – лодка». Скорость движения человека после прыжка относительно воды:

$$\vec{V} = \vec{V}_0 + \vec{V}_2 \tag{1}$$

где: v_2 – скорость лодки относительно воды после взаимодействия; v_0 – скорость человека относительно лодки.

На тела, входящие в систему, действуют силы тяжести и упругой реакции воды (выталкивающая сила). Равнодействующая внешних сил равна нулю. Применив закон сохранения импульса, получим:

$$\vec{P}_1 = \vec{P}_2 \tag{2}$$

Полный импульс системы до взаимодействия:

$$\vec{P}_1 = \vec{v}_1(m_1 + m_2). \qquad (3)$$

Полный импульс системы после взаимодействия:

$$\vec{P}_2 = m_2\vec{v}' + m_1\vec{v}_2 \qquad (4)$$

или

$$\vec{P}_2 = m_2(\vec{v}_0 + \vec{v}_2) + m_1\vec{v}_2 \qquad (5)$$

.

Применив закон сохранения импульса, получим:

$$(m_1 + m_2)\vec{v}_1 = m_2(\vec{v}_0 + \vec{v}_2) + m_1\vec{v}_2 \qquad (6)$$

Выражение (6) через проекции на направление *Ox* можно записать как:

$$(m_1 + m_2)v_1 = m_2(v_2 - v_0) + m_1 v_2 \qquad (7)$$

Решим (7) относительно скорости v_2:

$$\boxed{v_2 = \frac{v_1(m_1 + m_2) + m_2 v_0}{m_1 + m_2}}. \qquad (8)$$

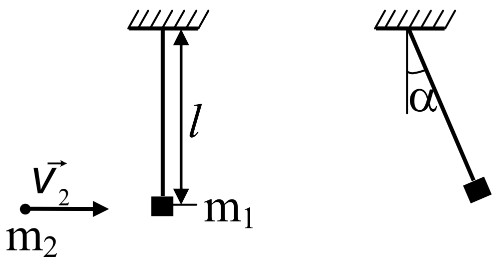
Произведя расчёт по (8) получим, что скорость лодки после прыжка человека равна 4,25 м/с.

1.3.15. В деревянный брусок массой 5 кг, подвешенный на нити длиной 5 м, попадает пуля массой 10 г, летящая горизонтально со скоростью 500 м/с и застревает в нём. На какой угол отклонится брусок?

Дано:
m_1=5 кг
m_2=10^{-2} кг
l=5 м
v_2=500 м/с

α=?

Решение:



Запишем законы сохранения импульса и энергии для системы «брусок – пуля». Согласно закону сохранения импульса:

$$m_2 v_2 = v_0 (m_1 + m_2).$$

Откуда

$$v_0 = \frac{m_2 v_2}{m_1 + m_2}.$$

Здесь v_0 – начальная скорость, с которой начинают двигаться брусок с пулей. Кинетическая энергия в начале движения переходит в потенциальную энергию поднятия бруска с пулей на высоту относительно первоначального положения:

$$\frac{v_0^2 (m_1 + m_2)}{2} = (m_1 + m_2) g h,$$

откуда:

$$h = \frac{v_0^2}{2g} = \frac{m_2^2 v_2^2}{2g(m_1 + m_2)^2}$$

Из рисунка видно что:

$$\cos\alpha = \frac{l - h}{l} = 1 - \frac{h}{l} = 1 - \frac{m_2^2 v_2^2}{2gl(m_1 + m_2)^2}.$$

Подставим числовые значения

$$\cos\alpha = 1 - \frac{\left(10^{-2} \cdot 5 \cdot 10^2\right)^2}{2 \cdot 10 \cdot \left(500 + 1\right)^2 \cdot 10^{-4}} = 0,99$$

Жидкости и газы.

1.3.16. Поверхность тела человека в среднем составляет 1,6 м². Насколько увеличится сила давления воздуха на человека, если давление с 760 мм. рт. ст. увеличится до 790 мм. рт. ст.?

Дано:
S=1,6 м^2
h_1=760 мм. рт. ст.
h_2=790 мм. рт. ст.
ρ=13,6·103 кг/м^3
ΔF=?

Решение:

Увеличение силы давления на человека будет определяться только увеличением давления воздуха:

$$\Delta F = \Delta p \cdot S, \qquad (1)$$

где

$$\Delta p = p_2 - p_1. \qquad (2)$$

Давление:

$$p_1 = \rho g h_1$$
$$p_2 = \rho g h_2 \qquad (3)$$

Подставим формулы (2) и (3) в формулу (1).

$$\boxed{\Delta F = \rho g S\left(h_2 - h_1\right)}.$$

Подставим числовые значения

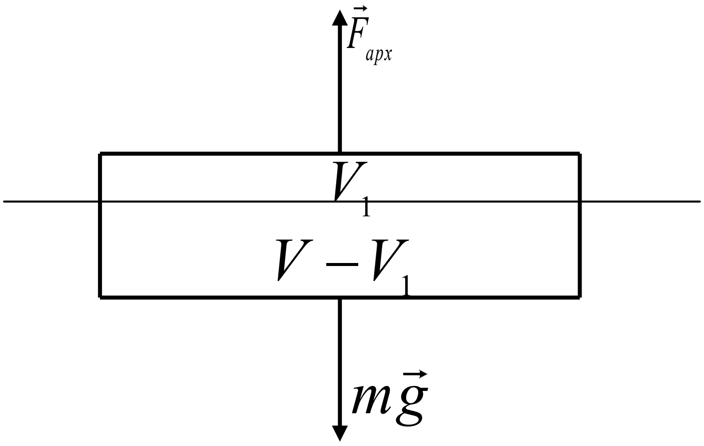
$$\Delta F = 13{,}6 \cdot 10^3 \cdot 10 \cdot 1{,}6 \cdot \left(790 - 760\right) \cdot 10^3 \approx 6{,}5 \cdot 10^3$$

Ответ: $\Delta F \approx 6{,}5 \cdot 10^3$ Н.

1.3.17. Льдина плавает в море, выдаваясь на 200 м^3 над поверхностью воды. Чему равен объём всей льдины, если плотность льда 900 кг/м^3.

Дано:
V_1=200 м^3
ρ_1=900 кг/м^3
ρ_2=1030 кг/м^3
V=?

Решение:



Если весь объём льдины V, то объём погружённой в воду части равен ($V - V_1$). Условие плавания тела гласит: сила тяжести, действующая на тело равна весу вытесненной им жидкости (по закону Архимеда). Следовательно:

$$P_1 = P_2, \qquad (1)$$

где: P_1 – вес льдины; P_2 – вес вытесненной воды.

Вес льдины:

$$P_1 = mg = \rho_1 V g, \qquad (2)$$

вес вытесненной воды

$$P_2 = \rho_2 \left(V - V_1 \right) g. \qquad (3)$$

Подставим формулы (2) и (3) в формулу (1)

$$\rho_1 V g = \rho_2 \left(V - V_1 \right) g. \qquad (4)$$

Решим уравнение (4) относительно V и получим расчетную формулу.

$$V = \frac{\rho_2 V_1}{\rho_2 - \rho_1}.$$

Подставим числовые значения

$$V = \frac{1030 \cdot 200}{1030 - 900} \approx 1584.$$

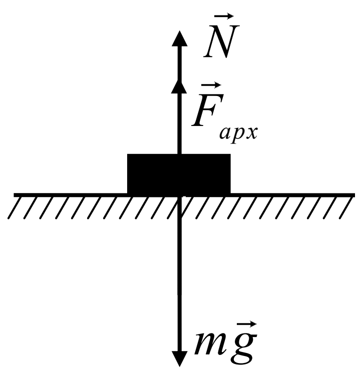
Ответ: $V \approx 1584$ м^3.

1.3.18. Определить плотность однородного тела, вес которого в воздухе 2,8 Н, а в воде 1,69 Н. Выталкивающей силой воздуха пренебречь.

Дано:
P_0=2,8 Н
P=1,69 Н
ρ_B=10^3 кг/м3

ρ_T=?

Решение:



Вес тела в воздухе равен:

$$P_0 = mg = \rho_T V g. \qquad (1)$$

В воде вес тела равен разности силы тяжести и силы Архимеда

$$P = N = mg - F_{арх} = Vg \left(\rho_T - \rho_B \right) \qquad (2)$$

Решив совместно уравнения (1) и (2) относительно ρ_T, получим расчетную формулу.

$$\boxed{\rho_T = \frac{P_0}{P_0 - P}\rho_B}.$$

Подставим числовые значения

$$\rho_T = \frac{2,8}{2,8-1,69}\cdot 10^3 \approx 2,5\cdot 10^3$$

Ответ: $\rho_T \approx 2,5\cdot 10^3$ кг/м^3

1.4. ЗАДАНИЯ ДЛЯ САМОСТОЯТЕЛЬНОГО РЕШЕНИЯ.

Кинематика.

1.4.1. Поезд, трогаясь с места, через t_1=10 с приобретает скорость v_1=0,6 м/с. За какое время от начала движения скорость поезда станет равной v_2=3 м/с?

Ответ: t_2=50 с.

1.4.2. Ускорение тела a=1 м/с^2 и направлено противоположно его скорости. На какую величину изменится скорость тела за t=2 с движения?

Ответ: Δv=-2 м/с.

1.4.3. Тело, движущееся со скоростью v_1=54 км/ч, за t=2 с уменьшило свою скорость до v_2=7 м/с. Определить ускорение тела.

Ответ: a=4 м/с^2.

1.4.4. Первоначально покоившееся тело начинает двигаться с постоянным ускорением a=$5\cdot 10^{-4}$ м/с^2. Определить путь, пройденный телом за t=0,1 ч после начала движения.

Ответ: S=32,4 м.

1.4.5. Велосипедист, двигавшийся со скоростью v_0=2 м/с, спускается с горки с ускорением a=0,4 м/с^2. Определить скорость велосипедиста у подножия горки и длину горки, если спуск продолжался t=8 с.

Ответ: v=5,2 м/с; S=28,8 м.

1.4.6. Самолет пробегает по бетонированной дорожке расстояние S=790 м. При отрыве от земли его скорость v=240 км/ч. Какое время продолжался разбег, и с каким ускорением двигался самолет?

Ответ: $t\approx 24$ с; $a\approx 2{,}8$ м/с^2

1.4.7. Автомобиль движется равноускоренно с начальной скоростью v_0=5 м/с и ускорением a=2 м/с^2. За какое время он пройдет S=1 км пути?

Ответ: $t\approx 29$ с.

1.4.8. Лыжник спускается с горы длиной S=25 м с начальной скоростью v_0=6 м/с. Сколько времени займет спуск, если ускорение лыжника постоянно и равно a=0,4 м/с^2?

Ответ: $t\approx 3{,}7$ с.

1.4.9. Тело двигается равнозамедленно. Скорость его в конце пятой секунды 1,5 м/с, а в конце шестой секунды тело остановилось. Определить начальную скорость тела и путь, пройденный телом. Построить график зависимости скорости от времени.

Ответ: v_0=9 м/с; S=27 м.

1.4.10. Камень, брошенный по льду со скоростью v_0=5 м/с, останавливается на расстоянии S=25 м от места бросания. Определить путь, пройденный камнем за первые t_1=2 с движения.

Ответ: S_1=9 м.

1.4.11. Поезд отошел от станции и в течение t=20 с двигался равноускоренно. Определить путь, пройденный поездом за t=20 с, если известно, что за десятую секунду он прошел путь ΔS_{10}=5 м.

Ответ: $S\approx 105$ м.

1.4.12. Поезд, двигаясь от станции, за вторую секунду проходит путь ΔS_2=1 м. Определить путь, пройденный за t=15 с от начала движения.

Ответ: S_{15}=75 м.

1.4.13. Тело за восьмую секунду движения прошло путь ΔS_8=30 м. Определить какой путь оно пройдет за пятнадцатую секунду. Начальная скорость тела равна нулю.

Ответ: ΔS_{15}=58 м.

1.4.14. Тело, двигаясь равноускоренно, прошло за t_{10}=10 с путь S_{10}=150 м, причём за десятую секунду ΔS_{10}=24 м. Определить начальную скорость и ускорение тела.

Ответ: v_0=5 м/с; a=2 м/с^2.

1.4.15. За пятую секунду равнозамедленного движения тело проходит ΔS_5=5 см. и останавливается. Какой путь тело проходит за 3-ю секунду движения?

Ответ: ΔS_3=25 см.

1.4.16. Мяч бросили вертикально вверх со скоростью v_0=15 м/с. Через сколько времени он окажется на высоте h=3 м? Сопротивлением воздуха пренебречь.

Ответ: $t_1 \approx 0{,}22$ с; $t_2 \approx 2{,}8$ с.

1.4.17. Тело бросили вертикально вверх со скоростью v_0=30 м/с. Некоторую точку A тело прошло дважды с разницей во времени Δt=2 с. Определить высоту на которой находится точка A. Сопротивлением воздуха пренебречь.

Ответ: h=40 м.

1.4.18. Пловец, спрыгнув с пятиметровой вышки, погрузился в воду на глубину h=2 м. Сколько времени он погружался в воду? Сопротивлением воздуха пренебречь.

Ответ: t=0,4 с.

1.4.19. Свободно падающее тело в последнюю секунду падения прошло 2/3 своего пути. Найти высоту с которой упало тело. Сопротивлением воздуха пренебречь.

Ответ: H=28 м.

1.4.20. С отвесного обрыва свалился камень. Через t=5 с послышался звук его падения. Найти глубину обрыва. Скорость звука $v_{зв}$=330 м/с. Сопротивление воздуха не учитывать.

Ответ: h=109 м.

1.4.21. Аэростат поднимается с Земли вертикально с ускорением 2 м/с^2. Через 5 с от начала движения из него выпал предмет. Через какое время предмет упадёт на Землю? Сопротивлением воздуха пренебречь.

Ответ: t=3,4 с.

Динамика материальной точки.

1.4.22. Автомобиль массой m=2 т движется равномерно по горизонтальному шоссе. Найти силу тяги автомобиля, если коэффициент сопротивления движению равен μ=0,02.

Ответ: $F_т$=392 Н.

1.4.23. Поезд массой m=2000 т, двигавшийся со скоростью v_0=36 км/ч, останавливается, пройдя равнозамедленно путь S=350 м. Определить величину силы торможения, время торможения и коэффициент трения.

Ответ: $F_{тр}$=2,86·10^5 Н; t=70 с; μ=0,014.

1.4.24. Поезд массой m=1000 т на пути S=500 м увеличивает скорость с v_0=36 км/ч до v=72 км/ч. Коэффициент сопротивления движению равен μ=0,005. Определите силу тяги локомотива, считая ее постоянной.

Ответ: $F_т$=3,5·10^5 Н.

1.4.25. На участке дороги, где для автотранспорта установлена предельная скорость $v_{пред}$=30 км/ч, водитель применил аварийное торможение. Инспектор ГАИ по следу колес обнаружил, что тормозной путь равен S=12 м. Превысил ли водитель предельную скорость в момент начала торможения, если коэффициент сопротивления равен μ=0,6?

Ответ: v_0=12 м/с, превысил.

1.4.26. Груз массой m=50 кг перемещается по горизонтальной плоскости под действием силы, равной $F_т$=300 Н и направленной под углом α=30° к горизонту. Коэффициент трения груза о плоскость равен μ=0,1. Определите ускорение груза.

Ответ: a=4,5 м/с^2.

1.4.27. Тело массой m=100 кг под действием силы в $F_т$=200 Н, направленной под углом α=30° к горизонтальной поверхности, перемещается с ускорением a=0,2 м/с^2. Определить коэффициент трения о поверхность.

Ответ: μ=0,17.

1.4.28. Груз массой m=100 кг равномерно перемещают по горизонтальной поверхности, прилагая силу, приложенную под углом α=30° к горизонту. Коэффициент трения равен μ=0,3. Найти величину этой силы.

Ответ: $F_т$≈295 Н.

1.4.29. На нити подвешен груз, масса которого m=1 кг. Нить с грузом опускают с ускорением направленным вниз и равным a=5 м/с^2. Определите силу натяжения нити.

Ответ: $F_н$=5 Н

1.4.30. Груз массой m=150 кг лежит на дне кабины опускающегося лифта и давит на дно с силой P=1800 Н. Определить величину и направление ускорения лифта.

Ответ: a=2 м/с^2; вверх.

1.4.31. Тело равномерно скользит по наклонной плоскости с углом наклона α=30°. Определить коэффициент трения тела о плоскость.

Ответ: μ=0,58.

1.4.32. С вершины наклонной плоскости длиной l=10 м и высотой h=5 м без начальной скорости начинает двигаться тело. Какое время будет продолжаться движение, и какую скорость тело будет иметь у основания наклонной плоскости, если коэффициент трения тела о плоскость μ=0,2?

Ответ: t=2,5 с; v=8,2 м/с.

1.4.33. Какую минимальную силу необходимо приложить для подъёма вагонетки массой m=600 кг по эстакаде с углом наклона α=20°, если коэффициент трения μ=0,05?

Ответ: $F_т$≈2,3 кН.

1.4.34. Автомобиль массой m=1,5 т равноускоренно поднимается в гору с уклоном 0,2. В конце подъёма он развил скорость v=21,6 км/ч. Чему равна сила тяги мотора автомобиля, если длина горы l=36 м и коэффициент трения при движении μ=0,05?

Ответ: $F_т\approx$4,5 кН.

1.4.35. Автомобиль поднимается по уклону замедленно, а спускается по нему ускоренно с таким же по величине ускорением. Считая силы тяги и трения постоянными, определите ускорение, если уклон горы составляет 0,01 (sin(α)=0,01).

Ответ: a=0,1 м/с^2.

Закон сохранения в механике.

1.4.36. Мяч массой m=100 г, летевший со скоростью v=20 м/с, ударился о горизонтальную плоскость под углом α=60° к нормали. Удар абсолютно упругий. Определить импульс силы, полученный мячом при ударе.

Ответ: $F\Delta t$=2 Н·с.

1.4.37. Материальная точка массой m=1 кг движется равномерно по окружности со скоростью v=10 м/с. Определите изменение импульса за

а) одну четверть периода;

б) половину периода;

в) целый период.

Ответ: а) Δp_1=14 кг·м/с; б) Δp_2=20 кг·м/с; в) Δp_3=0.

1.4.38. Вагон массой m_1=20 т движется со скоростью v_1=1,5 м/с и встречает стоящую на пути платформу массой m_2=10 т. Найти скорость совместного движения вагона и платформы, после того как сработает автосцепка.

Ответ: v'=1 м/с.

1.4.39. С лодки массой m_1=200 кг, движущейся со скоростью v_1=1 м/с, прыгает мальчик массой m_2=50 кг в горизонтальном направлении со скоростью v_2=7 м/с относительно лодки. Определите скорость лодки после прыжка мальчика, если он прыгает с кормы в сторону, противоположную движению лодки.

Ответ: $v'=2,4$ м/с.

1.4.40. Снаряд массой $m_1=50$ кг, летящий вдоль рельсов со скоростью $v_1=600$ м/с, попадает в платформу с песком массой $m_2=104$ кг и застревает в песке. Вектор скорости в момент падения образует угол $\alpha=45°$ с горизонтом. Определить скорость платформы после попадания снаряда если:

а) платформа неподвижна;

б) платформа движется навстречу снаряду со скоростью $v_2=10$ м/с.

Ответ: а) $v'\approx137,7$ м/с; б) $v\approx131$ м/с.

1.4.41. Тело массой $m=5$ кг, летящее со скоростью $v=15$ м/с, распадается на два осколка, масса одного из которых равна $m_1=3$ кг. Скорость этого осколка перпендикулярна скорости v и равна $v_1'=7$ м/с. Определите скорость второго осколка.

Ответ: $v_2'\approx38,9$ м/с.

1.4.42. Граната массой $m=1$ кг разорвалась на высоте $h=6$ м над землей на два осколка. Непосредственно перед разрывом скорость гранаты была направлена горизонтально и равна $v=10$ м/с. Один из осколков массой $m_1=0,4$ кг полетел вертикально вниз и упал на землю под местом разрыва со скоростью $v_1'=40$ м/с. Чему равен модуль скорости второго осколка сразу после разрыва гранаты.

Ответ: $v_{01}'\approx30,6$ м/с.

1.4.43. Под действием постоянной силы тяги вагонетка прошла путь $S=5$ м и приобрела скорость $v=2$ м/с. Определить работу силы тяги, если масса вагонетки $m=400$ кг, а коэффициент трения $\mu=0,01$. Начальная скорость равна нулю.

Ответ: $A_т=1$ кДж.

1.4.44. Лифт массой $m=10^3$ кг начинает подниматься с постоянным ускорением $a=0,2$ м/с^2. Определите работу силы натяжения каната, с помощью которого поднимается лифт, за первые $t=4$ с движения.

Ответ: $A_н \approx 16{,}3$ кДж.

1.4.45. Груз массой m=7 кг поднимают на веревке с поверхности земли на высоту h=1 м: один раз равномерно, второй – равноускоренно с ускорением a=2 м/с^2. На сколько работа по подъему груза во втором случае больше, чем в первом?

Ответ: ΔA=14 Дж.

1.4.46. Автомобиль массой m=1 т трогается с места и, двигаясь равноускоренно, проходит путь S=20 м за время t=2 с. Какую мощность развивает двигатель автомобиля?

Ответ: N=100 кВт.

1.4.47. Какой кинетической энергией обладает тело массой m=1 кг, падающее без начальной скорости, через t=5 с после начала свободного падения?

Ответ: $E_к$=1250 Дж.

1.4.48. Тело брошено вертикально вверх со скоростью v0=50 м/с. На какой высоте его кинетическая энергия будет равна потенциальной?

Ответ: h=62,5 м.

1.4.49. Тело свободно падает с высоты H=20 м. На какой высоте относительно поверхности земли кинетическая энергия тела будет в три раза больше потенциальной?

Ответ: h=5 м.

1.4.50. Камень массой m=0,04 кг бросают вертикально вверх со скоростью v_0=30 м/с. Определите полную механическую энергию камня в конце четвертой секунды. Потенциальная энергия камня в начальный момент равна нулю. Силами сопротивления движению пренебречь.

Ответ: E=18 Дж.

1.4.51. Пружина детского пистолета имеет в свободном состоянии длину l_0=15 см. Сила, необходимая для изменения её длины на Δx=1 см, равна F=10 Н. Какова будет дальность полёта шарика массой m=10 г, если им зарядить пистолет, сжав пружину до l=5 см? Решить задачу при условии, что пистолет расположен вертикально. Сопротивлением воздуха пренебречь.

Ответ: h=50 м.

1.4.52. Какую работу необходимо совершить, чтобы увеличить скорость движения тела с v_1=2 м/с до v_2=6 м/с на пути S=10 м? На всём пути действует постоянная сила трения, равная $F_{тр}$=2 Н. Масса тела m=1 кг.

Ответ: A=36 Дж.

1.4.53. Пуля массой m=10 г, летевшая со скоростью v=500 м/с, пробив доску толщиной h=5 см, уменьшила скорость вдвое. Определить среднюю силу сопротивления движению пули.

Ответ: $F_с$=18,75 кН.

1.4.54. Чему равна средняя сила сопротивления воздуха, если тело массой m=40 г, брошенное вертикально вверх со скоростью v_0=30 м/с, достигает высшей точки через t=2,5 с? На какую высоту поднимется тело?

Ответ: $F_с=8\cdot10^{-2}$ Н, h=37,5 м.

1.4.55. Груз массой m=0,5 кг падает с высоты H=20 м. и углубляется в песок на h=10 см. Определите среднюю силу сопротивления грунта, если начальная скорость падения груза v_0=10 м/с. Сопротивлением воздуха пренебречь.

Ответ: $F_с$=1255 Н.

1.4.56. Человек стоит на неподвижной тележке и бросает горизонтально камень массой m_1=8 кг со скоростью v_1=5 м/с. Определить работу, совершаемую человеком в момент бросания, если масса тележки вместе с человеком m=100 кг.

Ответ: A=108 Дж.

Механика жидкостей и газов

1.4.57. Кусок стекла весит в воздухе P_1=2,05 Н, а в воде – P_2=1,23 Н. Определите плотность стекла? Выталкивающей силой воздуха пренебречь.

Ответ: $\rho_{ст}$=2500 кг/м^3

1.4.58. Вес тела в воде в пять раз меньше, чем в воздухе. Определите плотность тела.

Ответ: $\rho_т$=1250 кг/м^3

1.4.59. Какова должна быть площадь плоской льдины толщиной H=40 см, чтобы удержать на воде груз массой m=100 кг? Глубина погружения льдины должна быть h=38 см Плотность льда $\rho_л$=900 кг/м^3, плотность воды $\rho_в$=1000 кг/м^3.

Ответ: S=5 м^2

1.4.60. Кусок алюминия плавает на поверхности ртути. Какая часть его объёма погружена в ртуть? Плотность алюминия $\rho_{ал}$=2,7 г/см^3; плотность ртути $\rho_{рт}$=13,6 г/см^3.

Ответ: $V_п/V$≈0,2

1.4.61. Подвешенная на тросе железная балка, масса которой m=2,34 т, погружена в морскую воду. Определите силу натяжения троса. Плотность железа $\rho_ж$=7,8 г/см^3, плотность морской воды $\rho_в$=1,03 г/см^3.

Ответ: $F_н$≈20 кН

1.4.62. Медный шар весит в воздухе P_1=1,78 Н, а в воде P_2=1,42 Н. Сплошной ли это шар или внутри имеется полость? Плотность меди $\rho_м$=8,9·10^3 кг/м^3.

Ответ: $V_{пол}$=1,6·10^{-5} м^3

1.4.63. На какой глубине в пресной воде давление в два раза больше атмосферного давления, которое равно $P_{атм}$=10^5 Па? Плотность пресной воды $\rho_в$=1000 кг/м^3.

Ответ: h=10 м

1.4.64. Аэростат объёмом V=3·10^3 м^3 содержит перед подъёмом $V_{вод}$=2,4·10^3 м^3 водорода. Масса всех снастей и команды m=3184 кг. Определить подъёмную силу аэростата и величину ускорения, с которым аэростат начнёт свой подъём. Плотность водорода $\rho_{вод}$=9·10^{-5} г/см^3; плотность воздуха $\rho_{возд}$=1,29·10^{-3} г/см^3.

Ответ: $F_{под}$=4,7 кН, a=1,38 м/с^2.

2. МОЛЕКУЛЯРНАЯ ФИЗИКА И ТЕРМОДИНАМИКА

2.1. ВОПРОСЫ ПРОГРАММЫ ВСТУПИТЕЛЬНОГО ЭКЗАМЕНА

Основные положения молекулярно-кинетической теории и их опытное обоснование. Броуновское движение. Диффузия.

Основное уравнение молекулярно-кинетической теории идеального газа. Температура и ее измерение. Уравнение Менделеева-Клапейрона. Изопроцессы в газах. Графики изопроцессов.

Испарение и конденсация. Насыщенные и ненасыщенные пары. Влажность воздуха. Кипение жидкостей. Зависимость температуры кипения от давления. Поверхностное натяжение жидкостей. Смачивание, капиллярные эффекты. Кристаллические и аморфные тела. Механические свойства твердого тела (упругость, пластичность, прочность).

Количество теплоты. Формулы количества теплоты, необходимого для нагревания, плавления и парообразования. Уравнение теплового баланса.

Внутренняя энергия и способы ее изменения. Первый закон термодинамики и его применение к изопроцессам. Принцип действия тепловых двигателей. Коэффициент полезного действия тепловых двигателей.

2.2.ОСНОВНЫЕ ПОНЯТИЯ. ФОРМУЛЫ И ОПРЕДЕЛЕНИЯ.

В основе молекулярно-кинетической теории лежат три положения:

1. Все тела состоят из мельчайших частиц - молекул и атомов.
2. Эти частицы находятся в непрерывном хаотическом движении, которое называется тепловым.
3. Частицы, составляющие тела, взаимодействуют между собой.

Количество вещества (ν) измеряют числом структурных элементов, из которых оно состоит. Структурные элементы могут быть атомами, молекулами, ионами и другими частицами. Ниже для обозначения количества вещества используется буква ν. Единицей количества вещества является моль. Моль равен количеству вещества, в котором содержится столько структурных элементов, сколько содержится атомов в изотопе углерода (C_{12}) массой 0,012 кг.

Число молекул или других структурных единиц содержащихся в одном моле вещества, называется числом Авогадро (N_A). Его численное значение равно $6{,}02 \cdot 10^{23}$ моль$^{-1}$. Массу одного моля вещества называют молярной массой и обозначают М.

Молярная масса вещества пропорциональна его относительной молекулярной массе M_r, т.е. $M = M_r \cdot 10^{-3}$ *кг/моль* в международной системе единиц. Например, молярная масса углекислого газа (CO_2) равна

$$(12+32)\ 10^{-3}\ \text{кг/моль} = 44 \cdot 10^{-3}\ \text{кг/моль}.$$

Если однородное вещество имеет массу m и содержит N частиц, то количество вещества определяется выражениями:

$$\nu = m/M \text{ или } \nu = N/N_A \qquad (2.1)$$

где N_A - число Авогадро.

Молекулярно-кинетическая теория наиболее полно разработана для идеального газа. Идеальным газом называют газ, молекулы которого можно принять за материальные точки и в котором можно пренебречь взаимодействием между ними на расстоянии.

Основное уравнение молекулярно-кинетической теории идеального газа устанавливает зависимость между давлением (p) газа на стенки сосуда, в котором он содержится, и средней кинетической энергией поступательного движения его молекул, заключенных в единице объема газа:

$$p = \frac{2}{3} n \left\langle E_{ik} \right\rangle, \tag{2.2}$$

где n - число молекул в единице объема газа; $<E_{i\kappa}>$ – средняя кинетическая энергия поступательного движения молекулы газа.

Средняя кинетическая энергия поступательного хаотичного движения молекулы газа пропорциональна абсолютной температуре Т:

$$\left\langle E_{ik} \right\rangle = \frac{m_0 \left\langle v^2 \right\rangle}{2} = \frac{3}{2} kT \tag{2.3}$$

где κ=1,38·10^{-23} Дж/К называется постоянной Больцмана, m_0 – масса молекулы.

С учетом последнего равенства основное уравнение молекулярно-кинетической теории может быть представлено в виде:

$$p = \frac{1}{3} m_0 n \left\langle v^2 \right\rangle \tag{2.4}$$

Абсолютная температура T связана с температурой $t°$ по шкале Цельсия соотношением $T=t°+273$. Единица абсолютной температура (1 К) равна градусу шкалы Цельсия.

Температуру измеряют термометром, в котором используется зависимость объема или давления, либо электросопротивления или термо-ЭДС от температуры.

Между тремя основными параметрами состояния идеального газа (p - давление, V - объем, T - температура) существует связь, называемая уравнением состояния:

$$pV = \frac{m}{M} RT\,. \tag{2.5}$$

Здесь M - масса моля газа;

m - масса газа;

R=8,31 Дж/(моль·К) - называется молярной газовой постоянной. Это уравнение называется уравнением Менделеева-Клапейрона.

Переход газа из одного состояния в другое называется газовым процессом.

Из уравнения Менделеева-Клапейрона следует, что при переходе идеального газа данной массы из одного состояния в другое, когда меняются все три его параметра, выполняется равенство:

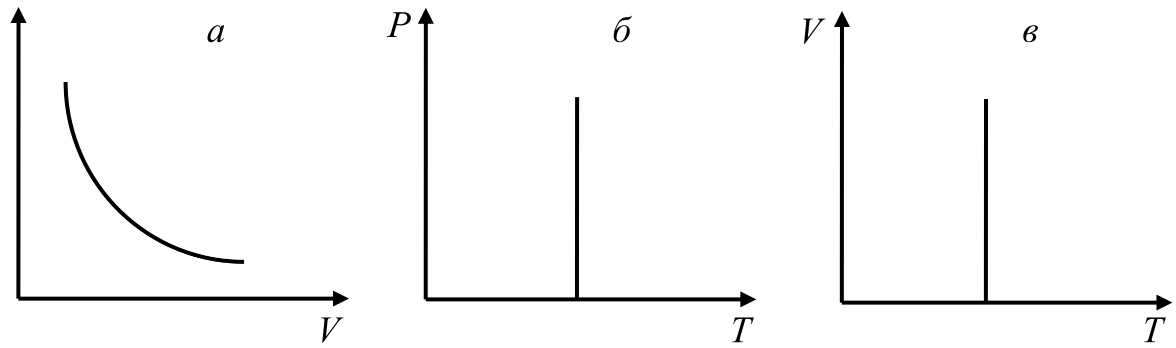
$$\frac{p_1V_1}{T_1} = \frac{p_2V_2}{T_2} \qquad (2.6)$$

или

$$\frac{pV}{T} = const. \qquad (2.6а)$$

Это уравнение иногда называют объединенным газовым законом.

Процессы, протекающие при неизменном значении одного из параметров, называются изопроцессами.



Графики изотермического процесса в координатах

а) P,V; *б*) P,T; *в*) V,T.

Изотермическим называется процесс, протекающий с газом данной массы при постоянной температуре *T*. Из уравнения состояния идеального газа следует, что при постоянной температуре и неизменной массе газа, для двух его состояний имеет место соотношение

$$p_1V_1 = p_2V_2 \qquad (2.7)$$

или

$$pV = const. \qquad (2.7a)$$

Для газа данной массы при неизменной температуре произведение давления газа на его объем постоянно.

Графиком изотермического процесса в координатах *p-V* является кривая называемая изотермой, которая в математике называется гиперболой.

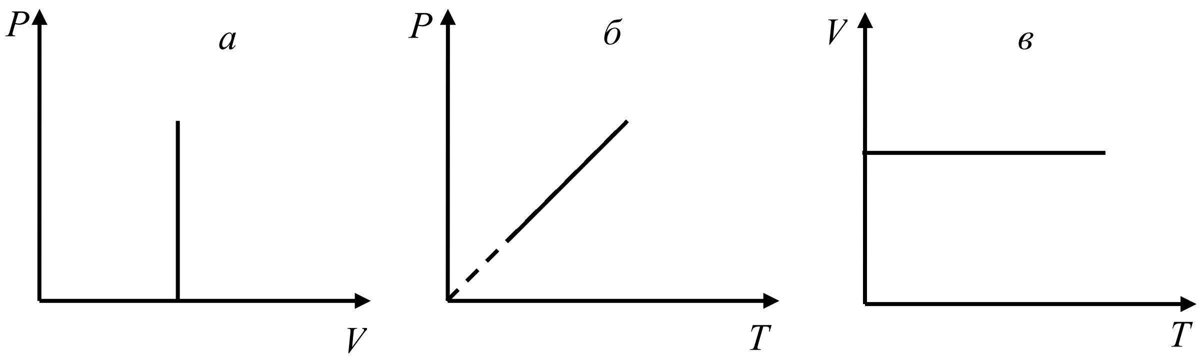
Изохорным называется процесс, протекающий с газом данной массы при постоянном объеме *V*. Для изохорного процесса справедливо равенство:

$$\frac{P_1}{T_1} = \frac{P_2}{T_2} \qquad (2.8)$$

или

$$\frac{P}{T} = const. \qquad (2.8a)$$

Графиком процесса является прямая, называемая изохорой.



Графики изохорного процесса в координатах

а) P,V; б) P,T; в) V,T.

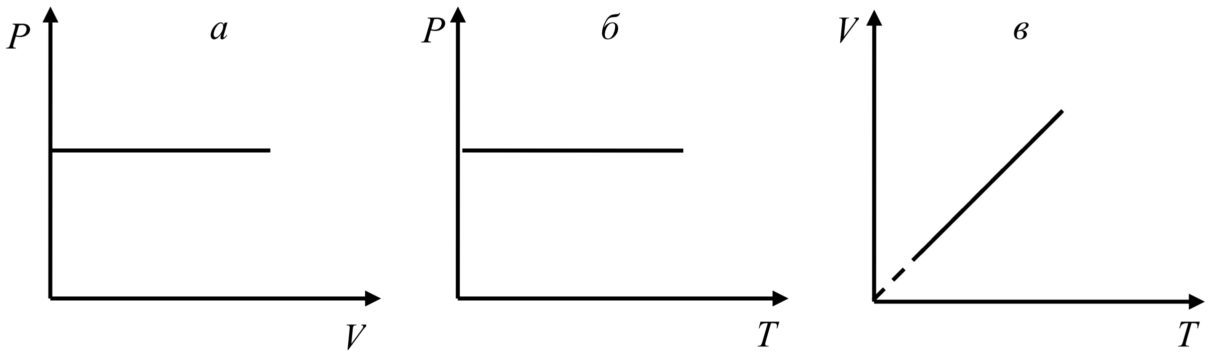
Изобарным называется процесс, протекающий с газом данной массы при постоянном давлении *P*. Для изобарного процесса справедливо равенство:

$$\frac{V_1}{T_1} = \frac{V_2}{T_2} \qquad (2.9)$$

или

$$\frac{V}{T} = const. \tag{2.9а}$$

Графиком процесса является прямая, называемая изобарой.



Графики изобарного процесса в координатах

а) P,V; б) P,T; в) V,T.

В термодинамике внутренней энергией U тела называется энергия, равная сумме кинетических энергий хаотического движения его молекул и потенциальных энергий их взаимодействия.

Внутренняя энергия идеального газа представляет собой сумму кинетических энергий теплового движения его молекул.

Внутренняя энергия произвольной массы m одноатомного идеального газа, молярная масса которого M, определяется формулой:

$$U = \frac{3}{2}\frac{m}{M}RT, \tag{2.10}$$

или

$$U = \frac{3}{2}PV. \tag{2.10а}$$

Изменение внутренней энергии тела возможно в результате двух процессов: теплообмена и путем совершения работы.

Теплообменом или теплопередачей называется процесс передачи внутренней энергии от одного тела к другому без совершения работы. Мерой изменения внутренней энергии тела в процессе теплообмена является количество теплоты Q.

Величина, определяемая количеством теплоты необходимой для нагревания тела на один Кельвин, называется теплоемкостью:

$$C = \frac{Q}{\Delta T} \tag{2.11}$$

Удельной теплоемкостью c называется теплоемкость единицы массы однородного вещества:

$$c = \frac{1}{m}\frac{Q}{\Delta T} \tag{2.12}$$

Из определения удельной теплоемкости следует, что количество теплоты, которое получает или отдает тело в процессе его нагревания или охлаждения, можно рассчитать на основе выражения:

$$Q = cm\Delta T\,. \tag{2.13}$$

Здесь m – масса тела (кг);
c – удельная теплоемкость (Дж /(кг·К));
$\Delta T = T_2 - T_1$ – изменение температуры (К);
T_1 – начальная температура тела (К);
T_2 – конечная температура тела (К).

Количество теплоты, необходимое для расплавления кристаллического тела массой m, нагретого до температуры плавления, определяется равенством:

$$Q = \lambda m\,, \tag{2.14}$$

где λ - удельная теплота плавления (Дж/кг).

Такое же количество теплоты выделяется при обратном процессе - кристаллизации вещества. Количество теплоты, необходимое для превращения жидкости массой m в пар, при температуре кипения, определяется равенством

$$Q = mr, \tag{2.15}$$

где r - удельная теплота парообразования (Дж/кг). При обратном процессе конденсации пара в жидкость выделяется такое же количество теплоты.

В термодинамике используется понятие изолированной системы тел. Изолированной системой называется такая система тел, которая не обменивается энергией и веществом с телами не входящими в эту систему.

Если в изолированной системе тел не происходит никаких превращений энергии кроме, теплообмена, то суммарная внутренняя энергия системы не меняется. Для этой системы имеет место равенство:

$$Q_1 + Q_2 + \ldots + Q_n = 0, \tag{2.16}$$

где Q_1; Q_2; Q_n - количества теплоты, полученные (Q_i>0) или отданные (Q_i<0) телами системы, в процессе теплообмена. Из этого соотношения следует, что количество теплоты, отдаваемое охлаждающимися телами, равно количеству теплоты, получаемому нагревающимися телами:

$$\left|Q_{отд}\right| = \left|Q_{получ}\right|. \tag{2.17}$$

Это равенство, как и предыдущее, отражает закон сохранения энергии применительно к процессу теплообмена и называется уравнением теплового баланса.

В общем случае внутренняя энергия термодинамической системы может изменяться как при теплообмене с окружающей средой, так и при совершении работы.

Соотношение между количеством теплоты Q, переданным термодинамической системе, приращением ее внутренней энергии ΔU и совершенной системой работой A, носит название первого закона термодинамики:

$$Q = \Delta U + A. \tag{1.18}$$

Таким образом, первый закон термодинамики представляет собой закон сохранения и превращения энергии в применении к термодинамическим процессам.

Работа газа при изобарном процессе (P – const) выражается формулой

$$A = P\Delta V, \tag{2.19}$$

где $\Delta V = V_2 - V_1$ – изменение объема газа.

Первый закон термодинамики для различных газовых процессов имеет следующие выражения:

а) при изотермическом процессе (T=const, ΔU=0)

$$Q = A; \tag{2.20}$$

б) при изобарном процессе (P=const)

$$Q = \Delta U + A; \tag{2.21}$$

в) при изохорном процессе (V=const, A=0)

$$Q = \Delta U; \tag{2.22}$$

г) при адиабатном процессе (процесс происходит без теплообмена между газом и окружающей средой, т.е. Q=0).

$$A = -\Delta U. \tag{2.23}$$

Для совершения работы за счет теплоты используются тепловые двигатели. Условиями совершения работы циклически действующим тепловым двигателем являются: наличие источника теплоты с температурой T_1 (нагреватель), среды с температурой $T_2 < T_1$ (холодильник) и рабочего вещества, которое, отнимая за один цикл от нагревателя количество теплоты Q_1, передает холодильнику количество теплоты Q_2 . Совершаемая двигателем работа определяется разностью количеств теплоты ($Q_1 - Q_2$).

Коэффициент полезного действия (КПД) теплового двигателя для произвольного теплового цикла определяется по формуле:

$$\eta = \frac{A}{Q_1} = \frac{Q_1 - Q_2}{Q_1}. \tag{2.24}$$

Если источником теплоты является топливо массой m , то количество теплоты, которое выделяется при его сгорании, определяется по формуле:

$$Q = qm, \tag{2.25}$$

где q - теплотворная способность топлива (Дж/кг).

Максимальное возможное значение КПД теплового двигателя определяется по формуле КПД для обратимого цикла Карно:

$$\eta = \frac{T_1 - T_2}{T_1}, \qquad (2.26)$$

где T_1 - температура нагревателя; T_2 - температура холодильника.

2.3. ПРИМЕРЫ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ

2.3.1. Определить количество вещества, содержащегося в 360 см^3 воды, если ее плотность 1000 кг/м^3.
масса.

Дано:
V=360 см^3=3,6·10^{-4} м^3
ρ=10^3 кг/м^3

ν=?

Решение:
Количество вещества может быть определено по формуле

$$\nu = \frac{m}{M},$$

Где m – масса воды; M – ее молярная масса.

Формула воды H_2O, поэтому молярная масса воды равна

$$M=(2+16)\cdot 10^{-3} \text{ кг/моль}.$$

Масса воды $m=\rho V$, где ρ - плотность воды, V – объем.
Тогда

$$\boxed{\nu = \frac{\rho V}{M}}$$

Подставляя числовые данные, получаем:

$$\nu = \frac{10^3 \cdot 3{,}6 \cdot 10^{-4}}{18 \cdot 10^{-3}} = 20.$$

Ответ: ν=20 моль.

2.3.2. Сколько молекул содержится в 1 г кислорода? Молярная масса кислорода равна $32\cdot10^{-3}$ кг/моль.

Решение:

Дано:	
m=1 г=10^{-3} м^3	
M=$32\cdot10^{-3}$ кг/моль	
N=?	

Искомое число молекул можно определить из выражения:

$$\boxed{N = \frac{m}{M} N_A},$$

где m – масса газа, M – молярная масса, N_A – число Авогадро.

Здесь отношение m/M определяет число молей газа, содержащихся в 1г кислорода, подставляя числовые данные, получаем число молекул:

$$N = \frac{10^{-3}\cdot 6{,}02\cdot 10^{23}}{32\cdot 10^{-3}} = 1{,}88\cdot 10^{23}$$

Ответ: N=$1{,}88\cdot10^{22}$.

2.3.3. Сосуд объемом 3 л наполнен азотом, масса которого 15 г. Определить концентрацию n молекул азота в сосуде. Молярная масса азота равна $28\cdot10^{-3}$ кг /моль.

Дано:	
V=3л=$3\cdot10^{-3}$ м^3	
m=15 г=$1{,}5\cdot10^{-2}$ кг	
M=$28\cdot10^{-3}$ кг/моль	
n=?	

Решение:

Концентрацию молекул в сосуде или число молекул в единице объема сосуда можно определить из формулы:

$$n=N/V,$$

где N – число молекул азота в сосуде, V – объем сосуда.

Поскольку N=$(m/M)\cdot N_A$ (смотри решение предыдущей задачи), то

$$\boxed{n = \frac{m}{M}\frac{N_A}{V}}.$$

Подставив численные значения, получаем

$$n = \frac{1,5\cdot10^{-2}\cdot6,02\cdot10^{23}}{2,8\cdot10^{-2}\cdot3\cdot10^{-3}} = 1,08\cdot10^{26}$$

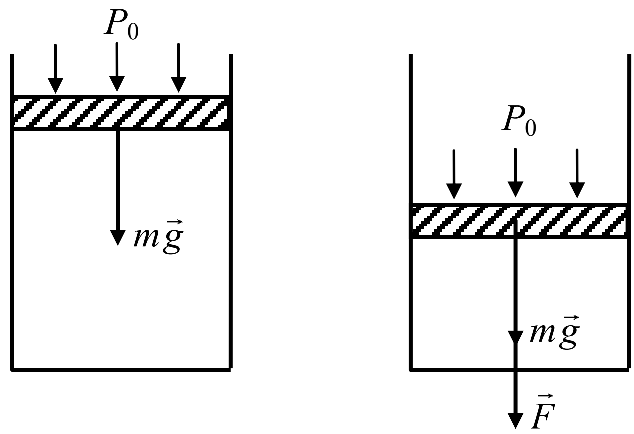
Ответ: n=1,08·10^{26} м$^{-3}$

2.3.4. Азот находится в цилиндре под поршнем масса которого 1,2 кг и площадь 2·10^{-3} м^2. Какую силу надо приложить к поршню, чтобы уменьшить объем азота вдвое? Процесс изотермический. Атмосферное давление 10^5 Н/м^2.

Дано:
m=1,2 кг
S=2·10^{-3} м
V_1/V_2=2
P_0=10^5 Па
T=const

F=?

Решение:



(p_1,V_1) (p_2,V_2)

Так как при неизменной массе газа происходит его изотермическое сжатие, то параметры его двух состояний (P_1, V_1) и (P_2, V_2) связываются законом Бойля-Мариотта:

$$P_1V_1=P_2V_2.$$

Определяем первоначальное давление P_1 испытываемое азотом:

$$P_1 = P_0 + \frac{mg}{S},$$

где P_0 - атмосферное давление; mg/S - давление, обусловленное весом поршня. После уменьшения объема газа вдвое, он испытывает давление, равное

$$P_2 = P_0 + \frac{mg+F}{S},$$

где F- сила, приложенная к поршню. По закону Бойля-Мариотта:

$$\left(P_0 + \frac{mg}{S}\right)V_1 = \left(P_0 + \frac{mg+F}{S}\right)V_2. \qquad (1).$$

По условию задачи

$$V_1 = 2V_2. \qquad (2)$$

Решаем уравнения (1) и (2) относительно F

$$\boxed{F = P_0 S + mg}$$

Подставляем числовые значения

$$F = 10^5 \cdot 2 \cdot 10^{-3} + 1{,}2 \cdot 10 = 212$$

Ответ: F=212 Н

2.3.5. При изотермическом расширении объем газа возрос от V_1=3л до V_2=8л, а давление упало на 2,66 кПа. Найти первоначальное давление газа.

Дано:

T=const

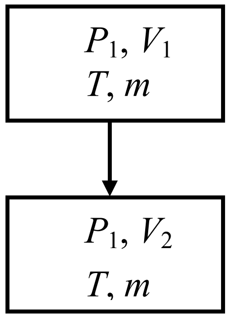
V_1=3 л=$3\cdot10^{-3}$ м^3

V_2=8 л=$8\cdot10^{-3}$ м^3

ΔP=2,66 кПа=$2{,}66\cdot10^3$ Па

P_1=?

Решение:



Так как при неизменной массе газа происходит его изотермическое расширение, то параметры его двух состояний связываются законом Бойля – Мариотта:

$$P_1V_1 = P_2V_2 \qquad (1)$$

причем уменьшение давления можно записать как

$$\Delta P = P_1 - P_2 \qquad (2)$$

Объединим уравнение (1) и (2) в систему и решим эту систему относительно P_1:

$$\begin{cases} P_1V_1 = P_2V_2 \\ \Delta P = P_1 - P_2 \end{cases} \Rightarrow \boxed{P_1 = \frac{\Delta P}{1 - \dfrac{V_1}{V_2}}}$$

Подставим в расчетную формулу числовые значения

$$P_1 = \frac{2{,}66 \cdot 10^3}{1 - \dfrac{3}{8}} \approx 4{,}3 \cdot 10^3 .$$

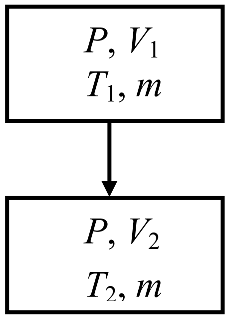
Ответ: $P_1 \approx 4{,}3$ КПа.

2.3.6. При увеличении абсолютной температуры в 1,5 раза объем газа увеличился на 50 см^3. При этом давление осталось неизменным. Найти первоначальный объем газа.

Дано:
P=const
m=const
$T_2/T_1=1{,}5$
$\Delta V=50$ см$^3=5\cdot10^{-5}$ м^3

V_1=?

Решение:



Так как при постоянном давлении и неизменной массе газа происходит его изобарное расширение, то при решении задачи можно использовать закон Гей – Люссака, связывающий температуру и объем газа. Составим систему уравнений.

$$\begin{cases} \dfrac{V_1}{T_1} = \dfrac{V_2}{T_2} \\ \Delta V = V_2 - V_1 \end{cases}$$

Решим записанную систему относительно V_1 и получим расчетную формулу

$$\boxed{V_1 = \frac{\Delta V}{\frac{T_2}{T_1} - 1}}.$$

Проведем вычисление объема:

$$V_1 = \frac{5 \cdot 10^{-5}}{1{,}5 - 1} = 10^{-4}$$

Ответ: $V_1 = 10^{-4}$ м^3.

2.3.7. В вертикальном цилиндре под поршнем находится газ при t=17°C. На сколько переместится поршень при нагревании газа ΔT=29 К, если первоначально поршень находился на высоте h_1=10 см от основания цилиндра? Давление газа при расширении считать постоянным.

Решение:

Дано:

T_1=17°C=290 K

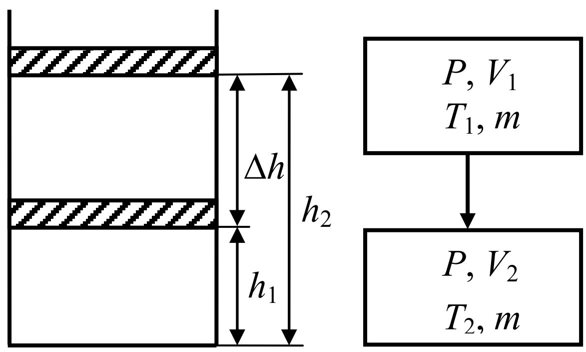
ΔT=29 K

h_1=10 см=0,1 м

m=const

P=const

Δh=?



Так как давление и масса газа постоянны, то используем для решения закон Гей–Люссака:

$$\frac{V_1}{T_1} = \frac{V_2}{T_2}. \qquad (1)$$

Поршень переместился на расстояние равное

$$\Delta h = h_2 - h_1. \qquad (2)$$

Объем газа выразим через площадь цилиндра (S)и высоту:

$$
\begin{aligned}
V_1 &= Sh_1 \\
V_2 &= S\left(h_1 + \Delta h\right)
\end{aligned}
\qquad (3)
$$

Подставим выражения объемов (3) в уравнение (1):

$$\frac{Sh_1}{T_1} = \frac{S\left(h_1 + \Delta h\right)}{T_1 + \Delta T} \qquad (4)$$

Решим уравнение (4) относительно Δh и получим расчетную формулу

$$\boxed{\Delta h = h_1 \frac{\Delta T}{T_1}}.$$

Подставим числовые значения

$$\Delta h = 0{,}1\frac{29}{290} = 0{,}01$$

Ответ: Δh=1 см.

2.3.8. При какой температуре находился газ в закрытом сосуде, если при нагревании его на 90 К давление возросло в 1,3 раза.

Дано:
V=const
m=const
ΔT=90 К
P_2/P_1=1,3

T_1=?

Решение:

$$\boxed{\begin{matrix} P_1, V \\ T_1, m \end{matrix}}$$
$$\downarrow$$
$$\boxed{\begin{matrix} P_2, V \\ T_2, m \end{matrix}}$$

Как известно для данной массы газа при постоянном объеме давление газа прямо пропорционально абсолютной температуре:

$$\frac{P_1}{T_1} = \frac{P_2}{T_2}. \qquad (1)$$

С другой стороны

$$\Delta T = T_2 - T_1. \qquad (2)$$

Решив совместно уравнения (1) и (2) относительно T_1 получим расчетную формулу

$$\boxed{T_1 = \frac{\Delta T}{\dfrac{P_2}{P_1} - 1}}.$$

Подставим числовые значения

$$T_1 = \frac{90}{1{,}3 - 1} = 300.$$

Ответ: T_1=300 К

2.3.9. В цилиндре дизельного двигателя автомобиля КАМАЗ – 5320 температура воздуха в начале такта сжатия была 50^0 С. Найти температуру воздуха в конце такта, если его объем уменьшается в 17 раз, а давление возрастает в 50 раз.

Дано:

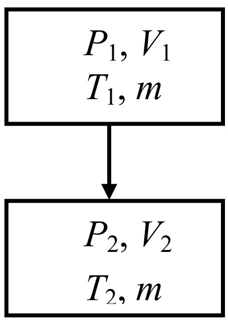
T_1=50°C=323 К

V_1/V_2=17

P_2/P_1=50

T_2=?

Решение:



Воспользуемся объединенным законом состояния идеального газа: для данной массы газа произведение давления газа на объем, деленное на абсолютную температуру, есть величина постоянная:

$$\frac{P_1V_1}{T_1} = \frac{P_2V_2}{T_2}.$$

Отсюда

$$\boxed{T_2 = \frac{P_2V_2T_1}{P_1V_1}}.$$

Подставляем числовые значения

$$T_2 = \frac{50 \cdot 323}{17} = 950$$

Ответ: T_2=950 К

2.3.10. Манометр на баллоне с кислородом показывает давление 10 МПа при температуре 17^0С. После того, как была использована некоторая масса кислорода из баллона, температура понизилась до 7^0С, давление кислорода стало 8 МПа. Какая масса кислорода вышла из баллона? Объем баллона равен 20 л. Какую часть первоначальной массы газа составляет масса газа, вышедшая из баллона?

Дано:

P_1=10 МПа=10^7 Па

T_1=17°C=290 K

T_2=7°C=280 K

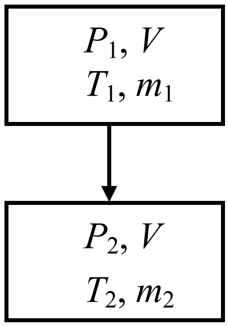
P_2=8 МПа=$8 \cdot 10^6$ Па

V=20 л=$2 \cdot 10^{-2}$ м^3

M=$32 \cdot 10^{-3}$ кг/м^3

$\Delta m/m_1$=?

Решение:



Для решения задачи воспользуемся уравнением Менделеева – Клапейрона:

$$PV = \frac{m}{M} RT \,. \tag{1}$$

Запишем это уравнение для начального и конечного состояния газа

$$\begin{cases} P_1 V = \dfrac{m_1}{M} R T_1 \\ P_2 V = \dfrac{m_2}{M} R T_2 \end{cases} \tag{1a}$$

Из уравнений (1а) мы можем определить m_1 и m_2.

$$m_1 = \frac{P_1 VM}{RT_1}$$
$$m_2 = \frac{P_2 VM}{RT_2} \qquad (2)$$

Величину, которую необходимо определить по условию задачи, можно записать как

$$\frac{\Delta m}{m_1} = \frac{m_1 - m_2}{m_1} = 1 - \frac{m_2}{m_1}. \qquad (3)$$

Подставим выражения (2) в (3) и получим расчетную формулу

$$\boxed{\frac{\Delta m}{m_1} = 1 - \frac{P_2 T_1}{P_1 T_2}}.$$

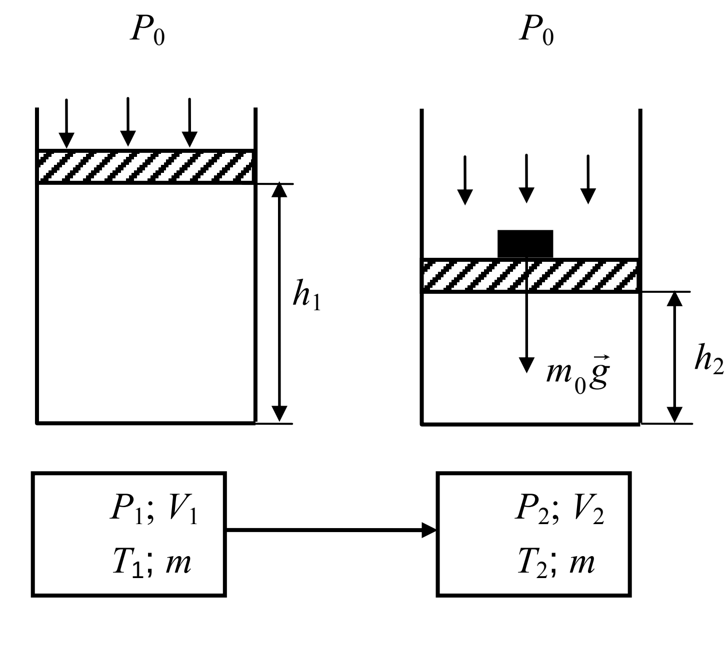
Подставим числовые значения

$$\frac{\Delta m}{m_1} = 1 - \frac{8 \cdot 10^6 \cdot 290}{10^7 \cdot 280} \approx 0{,}17.$$

Ответ: $\Delta m/m_1 \approx 0{,}17$.

2.3.11. В цилиндре с площадью основания S находится воздух. Поршень расположен на высоте h_1 и может свободно перемещаться. Температура воздуха T_1, атмосферное давление P_0. До какой высоты опуститься поршень, если на него поставить гирю массой m_0, а воздух охладить до температуры T_2. Массой поршня и силой трения пренебречь.

Дано:
S; h_1; T_1
P_0; m_0; T_2
h_2=?



Решение:

Поршень под действием груза опустился до высоты h_2, масса газа при этом не меняется. Уменьшение объема воздуха обусловлено изменением его давления и температуры. Термодинамические параметры воздуха в цилиндре до сжатия P_1, V_1, T_1 и после сжатия P_2, V_2, T_2 связаны объединенным законом состояния идеального газа или уравнением Клапейрона:

$$\frac{P_1V_1}{T_1} = \frac{P_2V_2}{T_2}, \tag{1}$$

где P_1=P_0.

Объем воздуха до сжатия V_1=Sh_1, после сжатия V_2=Sh_2. После сжатия давление воздуха P_2 складывается из атмосферного давления P_1=P_0 и давления $P' = \dfrac{m_0 g}{S}$, обусловленного действием гири на поршень, т.е.

$$P_2 = P_0 + \frac{m_0 g}{S}$$

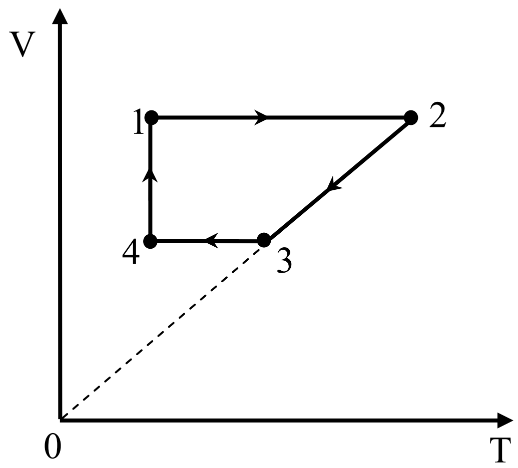
Поэтому уравнение Клапейрона примет вид:

$$\frac{P_0 \cdot S \cdot h_1}{T_1} = \frac{\left(P_0 + \dfrac{m_0 \cdot g}{S}\right) \cdot S \cdot h_2}{T_2}.$$

Отсюда

$$\boxed{h_2 = \frac{T_2}{T_1 \cdot \left(1 + \dfrac{m_0 \cdot g}{P_0 S}\right)} h_1}$$

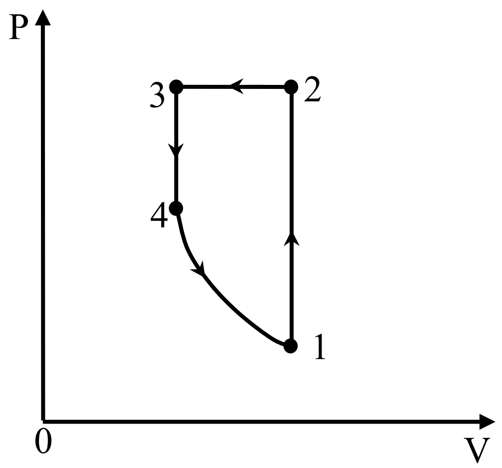
Ответ: $h_2 = \dfrac{T_2}{T_1 \cdot \left(1 + \dfrac{m_0 \cdot g}{P_0 S}\right)} h_1$

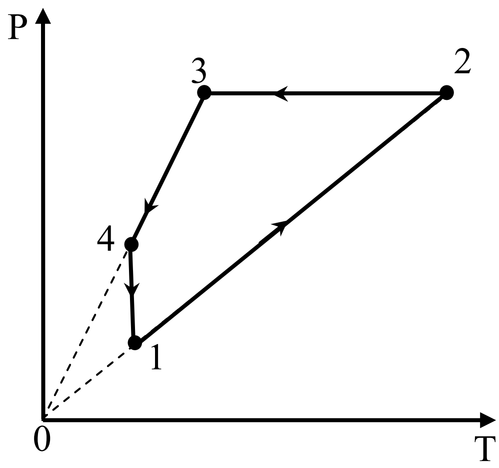


2.3.12. На рисунке изображен некоторый замкнутый круговой процесс (цикл), происходящий с одной и той же массой идеального газа. Цикл изображен в координатных осях (V,T). Изобразите этот же цикл в координатных осях (P,V) и (P,T). Укажите характер изменения состояния газа на каждом участке цикла и приведите формулу, соответствующую каждому участку графика.

Для указания характера изменения состояния газа оформим таблицу

N	P	V	T	уравнение	название
1→2	↑	const	↑	$P_1/T_1=P_2/T_2$	*изохорный*
2→3	const	↓	↓	$V_2/T_2=V_3/T_3$	*изобарный*
3→4	↓	const	↓	$P_3/T_3=P_4/T_4$	*изохорный*
3→1	↓	↑	const	$P_4V_4=P_1V_1$	*изотермический*





2.3.13. Для ванны нужно приготовить 100 л воды при 310 К. Температура холодной воды 280 К, а горячей 350 К. Сколько той и другой воды нужно взять для приготовления ванны, если на нагревание холодной воды идет 90% тепла, отданного горячей водой.

Дано:
V=100 л=10^{-1} м^3
Q=310 K
T_1=280 K
T_2=350 K
c=4,2·10^3 Дж/(кг·K)
η=0,9
ρ=10^3 кг/м^3

V_1=?, V_2=?

Решение:
Количество теплоты, затраченное на нагревание холодной воды от температуры T_1 до установившейся температуры смеси θ, определяется формулой

$$Q_1 = m_1 c(\theta - T_1), \qquad (1)$$

Где m_1=ρV_1 – масса холодной воды, ρ - плотность воды.

Количество теплоты, отданное горячей водой при ее остывании от температуры T_2 до температуры θ с учетом потерь тепловой энергии, определяется выражением

$$Q_2 = \eta m_2 c(T_2 - \theta), \qquad (2)$$

Где m_2=ρV_2 – масса горячей воды.

Уравнение теплового баланса в данном случае имеет вид

$$m_1 c(\theta - T_1) = \eta m_2 c(T_2 - \theta) \qquad (3)$$

или

$$V_1(\theta - T_1) = \eta V_2(T_2 - \theta). \qquad (3а)$$

Объем смеси определяется как

$$V = V_1 + V_2. \qquad (4)$$

Решив совместно уравнения (3а) и (4), определим объем холодной (V_1) и горячей (V_2) воды

$$\boxed{V_1 = \frac{V}{1 + \dfrac{\theta - T_1}{\eta(T_2 - \theta)}}} \text{ и } \boxed{V_2 = \frac{V}{1 + \dfrac{\eta(T_2 - \theta)}{\theta - T_1}}}.$$

Подставляем числовые значения

$$V_1 = \frac{0,1}{1 + \dfrac{310 - 280}{0,9(350 - 310)}} \approx 5,5 \cdot 10^{-2}$$

$$V_2 = \frac{0,1}{1+\dfrac{0,9(350-310)}{310-280}} \approx 4,5\cdot 10^{-2}$$

Ответ: $V_1 \approx 55$ л; $V_2 \approx 45$ л.

2.3.14. Какое количество теплоты нужно затратить чтобы 0,5 кг льда, взятого при 263 К обратить в пар при температуре 373 К? Удельная теплоемкость льда $2,1\cdot 10^3$ Дж/(кг·К). Удельная теплоемкость воды $4,2\cdot 10^3$ Дж/(кг·К). Удельная теплота парообразования воды $22,6\cdot 10^5$ Дж/кг.

Дано:

m=0,5 кг

T_1=263 K

T_2=273 K

T_3=373 K

$c_1=2,1\cdot 10^3$ Дж/(кг·К)

$c_1=4,2\cdot 10^3$ Дж/(кг·К)

$\lambda=3,35\cdot 10^5$ Дж/кг

$r=2,26\cdot 10^6$ Дж/кг

Q=?

Решение:

На нагревание льда от T_1=263 К до точки плавления T_2=273 К затрачивается количество теплоты

$$Q_1 = mc_1(T_2 - T_1). \quad (1)$$

При плавлении льда

$$Q_2 = \lambda m. \quad (2)$$

При нагревании полученной воды от T_2=273 К до точки кипения T_3=373 К

$$Q_3 = mc_2(T_3 - T_2). \quad (3)$$

При парообразовании воды

$$Q_4 = rm \quad (4)$$

Полное количество теплоты, которое необходимо затратить равно

$$Q = Q_1 + Q_2 + Q_3 + Q_4. \quad (5)$$

Подставим формулы (1) – (4) в (5) и получим расчетную формулу

$$\boxed{Q = m\left[c_1(T_2 - T_1) + \lambda + c_2(T_3 - T_2) + r\right]}.$$

Подставим числовые значения

$$Q = 0{,}5 + \left[2{,}1\cdot 10^3\left(273-263\right)+3{,}35\cdot 10^5+4{,}2\cdot 10^3\left(373-273\right)+\right.$$
$$\left.+2{,}26\cdot 10^6\right]=1{,}52\cdot 10^6$$

Ответ: Q=1,52·10^6 Дж.

2.4. ЗАДАЧИ ДЛЯ САМОСТОЯТЕЛЬНОГО РЕШЕНИЯ

2.4.1. Определить количество вещества и количество молекул в 0,5 кг водорода.

Ответ: 250 моль; 1,5·l0^{26}.

2.4.2. Определить массу одной молекулы кислорода.

Ответ: 5,31·10^{-26} кг.

2.4.3. Масса атома некоторого химического элемента равна 1,995·10^{-26} кг. Какой это элемент?

Ответ: углерод.

2.4.4. Масса 3,01·10^{26} молекул инертного газа составляет 2 кг. Какой это газ?

Ответ: гелий.

2.4.5. Сколько молекул воздуха содержится в комнате объемом 58 м^3 при нормальных условиях: давление равно атмосферному 1·10^5 Па, а температура t=0°С. Постоянная Авогадро N_A=6,02·10^{23} моль$^{-1}$.

Ответ: 1,54 10^{27}.

2.4.6. Давление газа равно 2·10^{-3} Па. Концентрация его молекул 10^{12} см$^{-3}$. Определить температуру газа.

Ответ: I40 K.

2.4.7. Сколько молекул газа выйдет из баллона объемом 30 л, если при неизменной температуре 27°С давление понизится от 2·10^5 Па до 1·10^5 Па.

Ответ: 2,17·10^{23}.

2.4.8. Когда из сосуда выпустили некоторое количество газа, давление в нем понизилось на 80%, а температура на 60%. Определите, какую часть от начальной массы газа составляет масса выпущенного газа?

Ответ: 0.5.

2.4.9. Определить плотность азота при температуре 280 К и давление 10^4 Па. Молярная масса азота $28 \cdot 10^{-3}$ кг/моль. Молярная газовая постоянная 8,31 Дж/(моль·К).

Ответ: 0.12 кг/м^3.

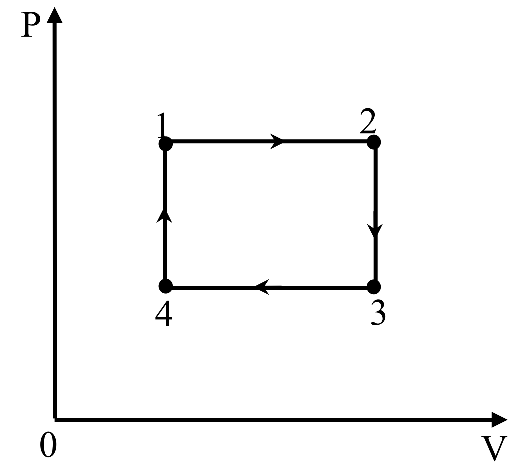
2.4.10. Газ занимающий при температуре 127°С и давлении 10^5 Па объем 2 л, изотермически сжимают до второго объема и давления, а затем изобарически охлаждают до температуры - 73°С, после чего изотермически изменяют объем до значения 1 л. Найти конечное давление.

Ответ: 10^5 Па.

2.4.11. Цилиндрический сосуд, расположенный горизонтально, заполнен газом при температуре 27°С и давлении 0.1 Мпа и разделен на две равные части подвижной перегородкой. Каким станет давление газа в цилиндре, если в левой половине газ нагреть до температуры 57°С, а в правой – температуру газа оставить без изменения?

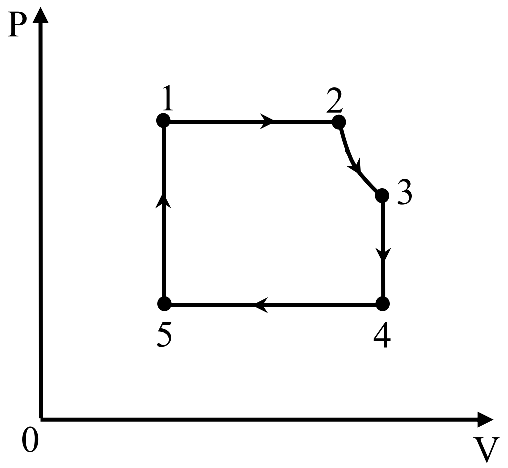
Ответ: $1.05 \cdot 10^5$ Па

2.4.12. На рисунке дан график изменения состояния газа в координатах (P,V). Представить этот замкнутый процесс в координатах (P,T) и (T,V). Указать характер изменения состояния газа на каждом участке замкнутого процесса и привести формулы, соответствующие каждому участку графика.

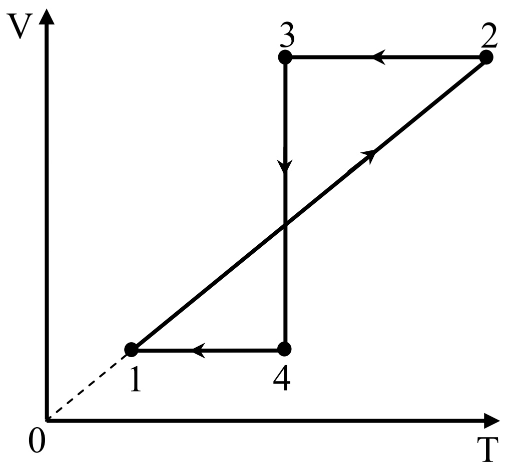


2.4.13. На рисунке дан график изменения состояния газа в координатах (P,T). Представить этот замкнутый процесс в координатах (P,V) и (V,T). Указать характер изменения состояния газа на каждом участке замкнутого процесса и привести формулы, соответствующие каждому участку графика.

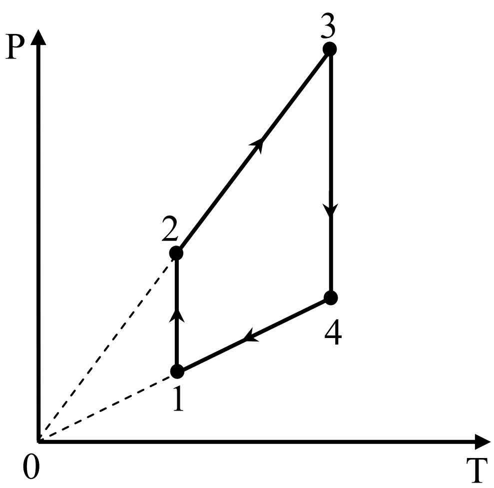
2.4.14. На рисунке дан график изменения состояния газа в координатах (P,V). Представить этот замкнутый процесс в координатах (P,T) и (V,T). Указать характер изменения состояния газа на каждом участке замкнутого процесса и привести формулы, соответствующие каждому участку графика.



2.4.14. На рисунке дан график изменения состояния газа в координатах (V,T). Представить этот замкнутый процесс в координатах (P,V) и (P,T). Указать характер изменения состояния газа на каждом участке замкнутого процесса и привести формулы, соответствующие каждому участку графика.



2.4.15. В вертикальном цилиндре под поршнем находится газ. Площадь поршня 100 см^2 , температура газа 27°С, атмосферное давление $1 \cdot 10^5$ Па. На поршень положен груз массой 50 кг. До какой температуры надо нагреть газ, чтобы поршень вернулся в первоначальное положение? Массу поршня и силу трения не учитывать.



Ответ: 177°С.

2.4.16. Сосуд, содержащий 10 л воздуха под нормальным давлением, соединяют с сосудом емкостью 9 л, из которого выкачан воздух. Найти давление воздуха, установившееся в сосудах. Температур воздуха постоянна.

Ответ: $5{,}3\cdot 10^4$ Па.

2.4.17. В вертикально поставленном цилиндре под поршнем находится газ. Высота поршня над основанием цилиндра 30 см. Площадь поршня 50 см^2. На поршень поставили гирю и он опустился до высоты 20 см. Температура возросла от 281 К до 300 К. Атмосферное давление нормальное. Найти массу гири. Массой поршня и силой трения пренебречь.

Ответ: 30 кг.

2.4.18. Смесь из свинцовых и алюминиевых опилок с общей массой 150 г и температурой 100°С погружена в калориметр с водой, температурой 15°С и массой 230 г. Окончательная температура установилась 20°С. Теплоемкость калориметра 42 Дж/К. Найти массу свинца и массу алюминия в смеси. Удельная теплоемкость свинца 130 Дж/(кг·К), удельная теплоемкость алюминия 880 Дж/(кг·К).

Ответ: m_1=0.092 кг, m_2=0.058 кг.

2.4.19. В стальной сосуд массой 300 г налили 1.5 л воды при температуре 17°С. В воду опустили кусок мокрого снега массой 200 г. Когда снег растаял, установилась температура 7°С. Сколько воды было в комке снега? Удельная теплоемкость стали 460 Дж/(кг·К).

Ответ: $m_в$=0.023 кг.

2.4.20. В сосуд, содержащий 2 кг воды при температуре 5°С, положили кусок льда массой 5 кг, имеющий температуру –40°С. Найти температуру, которая будет в сосуде после установления теплового равновесия. Теплоемкостью сосуда пренебречь.

Ответ: θ=0°С.

2.4.21. В сосуд теплоемкость которого C, налита вода массой m_1, в которой плавает лед массой m_2 В сосуд впускают пар массой m_3 при температуре t_1 выше 100°С. Какая температура t будет в сосуде после установления теплового равновесия, если известно, что весь лед растаял, а пар сконденсировался? Удельная теплоемкость воды c_1, удельная теплоемкость пара c_2, удельная теплота плавления льда λ, удельная теплота парообразования воды r. 0°C<t°<100°C

Ответ: $t = \dfrac{m_3\left[c_2\left(t_1 - t_2\right) + r + c_1 t_2\right] - m_2\lambda}{C + c_1\left(m_1 + m_2 + m_3\right)}$.

3. ЭЛЕКТРОДИНАМИКА.

ВОПРОСЫ ПРОГРАММЫ ВСТУПИТЕЛЬНОГО ЭКЗАМЕНА

3.1. **Электростатика**

Закон Кулона. Электрическое поле. Вектор напряженности и линии напряженности. Электрическое поле точечного заряда.
Работа электрического поля по перемещению заряда. Потенциал. Разность потенциалов. Связь между напряженностью и разностью потенциалов для однородного электрического поля.
Диэлектрики в электрическом поле. Поляризация диэлектриков. Диэлектрическая проницаемость.
Проводники в электростатическом поле. Электростатическая индукция. Электростатическая защита
Электрическая емкость. Конденсаторы. Формула емкости конденсатора (плоского). Соединение конденсаторов. Энергия электрического поля конденсатора.

3.2. **Постоянный электрический ток.**

Электрический ток. Сила тока. Закон Ома для участка цепи. Параллельное и последовательное соединение проводников.
Механизм электропроводности металлов. Зависимость сопротивления металлов от температуры. Сверхпроводимость.
Электрический ток в растворах электролитов. Законы электролиза. Электрический ток в газах. Самостоятельный и несамостоятельный разряды. Понятие о плазме.
Полупроводники. Собственная и примесная проводимости. Зависимость сопротивления полупроводников от температуры. Полупроводниковые приборы.

Закон Ома для полной цепи. Электродвижущая сила. Работа и мощность тока Закон Джоуля-Ленца. Электронагревательные приборы.

3.3. **Магнитное поле. Электромагнитная индукция.**

Взаимодействие токов. Магнитное поле тока Магнитная индукция и линии магнитной индукции. Магнитный поток.
Сила Ампера Принцип действия электродвигателя постоянного тока. Электроизмерительные приборы.
Сила Лоренца Траектория движения заряженных частиц в магнитном поле.
Электромагнитная индукция. Закон Фарадея и правило Ленца Применение явления электромагнитной индукции.
Вихревое электрическое поле. Принцип действия трансформатора.
Самоиндукция. Индуктивность проводников. Энергия магнитного поля.

ОСНОВНЫЕ ПОНЯТИЯ, ФОРМУЛЫ И ОПРЕДЕЛЕНИЯ.

Электростатика

Электрический заряд – источник электромагнитного поля, связанный с материальным носителем. Электрический заряд является внутренней характеристикой элементарной частицы, определяющей ее электромагнитное взаимодействие. Вся совокупность электрических и магнитных явлений есть проявление существования, движения и взаимодействия электрических зарядов.

Свойства зарядов:

1. В природе существуют положительные и отрицательные заряды.

2.Заряды взаимодействуют друг с другом. Между ними существуют силы взаимного притяжения и отталкивания. Притягиваются разноименные заряды, отталкиваются – одноименные.

3.Зарядам присуще свойство дискретности, состоящее в том, что величины зарядов не могут принимать любые произвольные значения, а могут иметь лишь значения кратные наименьшему в природе заряду – заряду электрона, равному $e = -1{,}6\cdot10^{-19}$ Кл.

Заряд любого тела можно представить формулой

$$Q = \pm Ne, \tag{0.1}$$

где N=0, 1, 2, … некоторое целое число.

Взаимодействие неподвижных зарядов называют электростатическим или кулоновским. Если расстояние между заряженными телами намного больше их размеров, то эти тела называются точечными зарядами. Сила взаимодействия между такими зарядами определяется по закону Кулона. Закон Кулона гласит, что модуль силы взаимодействия двух точечных неподвижных зарядов прямо пропорционален произведению абсолютных значений этих зарядов и обратно пропорционален квадрату расстояния между ними:

$$F = \frac{|Q_1||Q_2|}{4\pi\varepsilon_0 r^2}, \tag{0.2}$$

где ε_0 – электрическая постоянная (ε_0=8,85$\cdot10^{-12}$ Ф/м). Если взаимодействие происходит не в вакууме, а в какой-либо среде, то влияние среды учитывается величиной, называемой диэлектрической проницаемостью вещества ε. Она показывает во сколько раз сила взаимодействия зарядов в среде меньше чем в вакууме. С учетом влияния среды закон Кулона записывается в виде

$$F = \frac{|Q_1||Q_2|}{4\pi\varepsilon_0 \varepsilon r^2}. \tag{0.3}$$

Силы взаимодействия направлены вдоль прямой, соединяющей точечные заряды. Закон Кулона, записанный в данной форме, можно применить и в том случае если взаимодействующие тела обладают сферически-симметричным распределением массы. В этом случае за r принимается расстояние между геометрическими центрами взаимодействующих тел.

Заряженные тела изменяют свойства окружающего их пространства, т.е. создают электрическое поле. Одной из основных характеристик электрического поля является вектор напряженности ($\vec{E}$). Напряженность численно равна силе, действующей на единичный положительный заряд, помещенный в данную точку поля.

$$\vec{E} = \frac{\vec{F}}{Q}. \tag{0.4}$$

Напряженность поля точечного заряда легко найти, используя закон Кулона

$$E = \frac{|Q|}{4\pi\varepsilon_0 r^2}. \tag{0.5}$$

Если электрическое поле образовано несколькими точечными зарядами, то его напряженность в данной точке определяется как векторная сумма напряженностей полей, созданных каждым зарядом в отдельности (принцип суперпозиции электрических полей)

$$\vec{E} = \sum_{i=1}^{n} \vec{E}_i. \tag{0.6}$$

Электрическое поле можно изображать графически с помощью линий напряженности (силовых линий). Линии напряженности проводятся таким образом, чтобы касательные к ним в каждой точке совпадали по направлению с вектором напряженности в этой же точке. Если электрическое поле создается уединенным точечным зарядом, то силовые линии представляют собой радиальные лучи.

Электрическое поле, в котором напряженность одинакова по модулю и направлению в любой точке пространства называется однородным. Линии напряженности однородного поля представляют собой параллельные прямые, равномерно распределенные в пространстве.

Работа при перемещении заряда в электростатическом поле под действием сил со стороны этого поля равна

$$A = Q\left(\varphi_1 - \varphi_2\right). \qquad (0.7)$$

Здесь Q – величина переносимого заряда, φ_1 и φ_2 – потенциалы электрического поля в начальной и конечной точке.

Разность потенциалов между двумя точками поля (φ_1-φ_2) численно равна работе по перемещению единичного положительного заряда из одной точки в другую. Для однородного участка цепи (участка на котором не действуют сторонние силы) разность потенциалов равна напряжению U=φ_1-φ_2.

Любой проводник способен накапливать электрический заряд. Эта способность характеризуется электроемкостью (C). Эта величина численно равная заряду, который необходимо сообщить проводнику, чтобы изменить потенциал этого проводника на 1 В.

$$C = \frac{Q}{\varphi} \qquad (0.8)$$

Устройство, которое при относительно малых размерах способно накапливать большое количество заряда называется конденсатором. Он представляет собой два проводника, разделенных слоем диэлектрика. Размеры, форма и взаимное расположение пластин (обкладок) подбирается таким образом, чтобы поле созданное зарядом, находящимся на обкладках было практически полностью локализовано в пространстве между ними. В то же время внешнее электрическое поле не должно оказывать влияние на поле конденсатора. Электроемкость конденсатора определяется по формуле

$$C = \frac{Q}{U}. \qquad (0.9)$$

Q – заряд конденсатора, U – напряжение между обкладками.

Плоский конденсатор представляет собой две плоские металлические пластины, расположенные параллельно и разделенные слоем диэлектрика. Электроемкость плоского конденсатора равна

$$C = \varepsilon\varepsilon_0 \frac{S}{d}, \qquad (0.10)$$

где S – площадь одной из обкладок, d – расстояние между обкладками.

Так как расстояние между обкладками намного меньше их размеров, электрическое поле плоского конденсатора можно считать однородным. Напряженность поля между пластинами определяется по формуле

$$E = \frac{U}{d} \qquad (0.11)$$

Конденсаторы можно соединять двумя основными способами – параллельно и последовательно. Электроемкость батареи, состоящей из n параллельно соединенных конденсаторов равна

$$C = \sum_{i=1}^{n} C_i, \qquad (0.12)$$

а последовательно соединенных

$$\frac{1}{C} = \sum_{i=1}^{n} \frac{1}{C_i}, \qquad (0.13)$$

C_i – электроемкость отдельного конденсатора.

Энергия поля между обкладками конденсатора определяется по формуле, которую можно записать несколькими способами

$$W_{эл} = \frac{QU}{2} = \frac{Q^2}{2C} = \frac{CU^2}{2}. \qquad (0.14)$$

Постоянный электрический ток

Электрическим током называется любое упорядоченное (направленное) движение электрических зарядов.

Количественной мерой электрического тока служит сила тока (I). Это скалярная величина, численно равная количеству заряда, проходящему через поперечное сечение проводника в единицу времени. Если сила тока в проводнике с течением времени не изменяется, то ток называется постоянным. Сила постоянного тока определяется по формуле

$$I = \frac{Q}{t} \qquad (0.15)$$

Способность проводника препятствовать упорядоченному движению заряженных частиц характеризуется электрическим сопротивлением (R). Если длина проводника намного больше его поперечных размеров, то сопротивление можно определить по формуле

$$R = \rho \frac{l}{S}, \qquad (0.16)$$

здесь l – длина проводника, S – площадь поперечного сечения, ρ – удельное сопротивление материала проводника.

При последовательном соединении проводников общее сопротивление равно

$$R = \sum_{i=1}^{n} R_i, \qquad (0.17)$$

а при параллельном соединении

$$\frac{1}{R} = \sum_{i=1}^{n} \frac{1}{R_i}, \qquad (0.18)$$

где R_i – сопротивление отдельного проводника, n – число проводников.

Если участок цепи содержит источник тока, т.е. является неоднородным, то напряжение на его концах определяется по формуле $U=\varphi_1-\varphi_2+E$, где $\varphi_1-\varphi_2$ – разность потенциалов на концах участка цепи, E – ЭДС источника тока. Тогда закон Ома для неоднородного участка цепи примет вид

$$I=\frac{\varphi_1-\varphi_2+E}{R+r}, \qquad (0.19)$$

где r – сопротивление источника тока.

Если цепь замкнута, то $\varphi_1=\varphi_2$, то мы переходим к закону Ома для полной цепи

$$I=\frac{E}{R+r}. \qquad (0.20)$$

Работа электрического тока A на однородном участке цепи может быть определена в зависимости от условия задачи по одной из следующих формул:

$$A=UIt=I^2Rt=\frac{U^2}{R}t. \qquad (0.21)$$

Так как мощность тока численно равна работе тока совершаемой в единицу времени, то ее можно также определить по одной из формул

$$P=UI=I^2R=\frac{U^2}{R}. \qquad (0.22)$$

Если проводник неподвижен и в нем не происходят химические превращения, то вся работа тока идет на изменение внутренней энергии и выделяется в форме тепла. Количество теплоты, выделяющееся в проводнике при прохождении по нему электрического тока, определяется по закону Джоуля-Ленца

$$Q=I^2Rt \qquad (0.23)$$

Процесс выделения на электродах веществ, входящих в состав электролита, называется электролизом. Количественно процесс электролиза описывается законами Фарадея.

Первый закон: масса вещества m, выделившегося на электродах прямо пропорциональна количеству заряда прошедшего через электролит

$$m = kQ = kIt. \tag{0.24}$$

Здесь k – электрохимический эквивалент вещества, выделяющегося на электроде.

Второй закон: отношение электрохимического эквивалента k к его химическому эквиваленту χ для всех веществ есть постоянная величина. Эту константу обозначают $1/F$, где F – число Фарадея (F=9,6·10^4 Кл/моль).

$$\frac{k}{\chi} = \frac{1}{F}. \tag{0.25}$$

Химический эквивалент вещества определяется по формуле χ=M/n (M – молярная масса вещества, n – его валентность).

Магнитное поле. Электромагнитная индукция.

Силовое поле, возникающее в пространстве окружающем движущиеся заряды, проводники с током, постоянные магниты называется магнитным. Силовой характеристикой магнитного поля является вектор магнитной индукции **B**. Магнитное поле изображается графически с помощью линий магнитной индукции (силовых линий). Они проводятся таким образом, чтобы касательные к ним в каждой точке совпадали по направлению с вектором магнитной индукции $\vec{B}$.

На проводник с током, помещенный в однородное магнитное поле ($\vec{B}$=const), действует сила Ампера ($\vec{F}_A$), равная

$$F_A = IlB\sin\alpha \tag{0.26}$$

Где: I – сила тока в проводнике, l – длина активной части проводника, α – угол между направлениями вектора магнитной индукции $\vec{B}$ магнитного поля и тока. Направление силы Ампера определяется правилом «левой руки». Если ладонь левой руки расположить так, чтобы линии вектора индукции магнитного поля входили в нее, а четыре вытянутых пальца направить по току в проводнике, то большой палец, отставленный на 90°, покажет направление вектора силы Ампера.

На электрический заряд, движущийся в магнитном поле, действует сила Лоренца, равная

$$F_Л = Q\upsilon B \sin\alpha, \qquad (0.27)$$

где Q – величина заряда, υ – скорость движения заряда, α – угол между направлениями векторов индукции магнитного поля и скорости заряда. Направление силы Лоренца определяется по правилу «левой руки», при этом в случае движения положительного заряда следует четыре вытянутых пальца направить вдоль $\vec{\upsilon}$, а для отрицательного противоположно $\vec{\upsilon}$.

Магнитный поток через плоскую поверхность S в случае однородного магнитного поля с индукцией $\vec{B}$ равен

$$\Phi = BS\cos\alpha, \qquad (0.28)$$

Где α - угол между направлениями векторов магнитной индукции $\vec{B}$ и нормали $\vec{n}$ к плоской поверхности S.

Закон электромагнитной индукции гласит, что модуль ЭДС индукции в замкнутом контуре равен модулю скорости изменения магнитного потока через поверхность, ограниченную этим контуром

$$|E_i| = \left|\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}\right|. \qquad (0.29)$$

Согласно правилу Ленца возникающий в замкнутом контуре индукционный ток имеет такое направление, при котором созданный им магнитный поток стремится скомпенсировать то изменение магнитного потока, которым вызывается данный ток. С учетом правила Ленца закон электромагнитной индукции записывается следующим образом:

$$E_i = -\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}. \qquad (0.30)$$

ЭДС индукции в катушке, имеющей N витков:

$$\mathcal{E}_i = -N\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}. \qquad (0.31)$$

ЭДС индукции в проводнике, движущемся со скоростью $\vec{v}$ в однородном магнитном поле с индукцией $\vec{B}$, равна

$$\mathcal{E}_i = Bvl\sin\alpha \qquad (0.32)$$

где: l – длина проводника, α - угол между направлениями векторов скорости $\vec{v}$ проводника и индукции $\vec{B}$ магнитного поля.

Если по контуру течет равномерно изменяющийся ток (т.е. только возрастающий или только убывающий, причем за каждую единицу времени на одинаковую величину), то в этом контуре возникает ЭДС самоиндукции E_s, величина которой измеряется по формуле

$$\mathcal{E}_s = -L\frac{\Delta I}{\Delta t}. \qquad (0.33)$$

Здесь L – индуктивность контура.

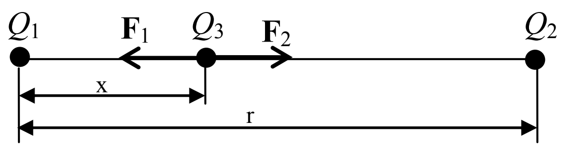
Магнитное поле обладает энергией. Величину энергии магнитного поля $W_м$ можно определить по формуле

$$W_M = \frac{LI^2}{2} \qquad (0.34)$$

3.2 ПРИМЕРЫ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ.

3.3.1. Два положительно заряженных тела с зарядами Q_1=1,67 и Q_2=3,33 нКл находятся на расстоянии 20 см друг от друга. В какой точке на линии, соединяющей эти тела, надо поместить третье тело с зарядом Q_3=-0,67 нКл, чтобы оно оказалось в равновесии? Массами тел пренебречь.

Дано:	СИ:
Q_1=1,67 нКл	$1{,}67\cdot10^{-9}$ Кл
Q_2=3,33 нКл	$3{,}33\cdot10^{-9}$ Кл
Q_3=-0,67 нКл	$-0{,}67\cdot10^{-9}$ Кл
r=20 см	0,2 м
x=?	



Решение

На тело с зарядом Q_3 действуют $\vec{F}_1$ и $\vec{F}_2$ – электрические силы взаимодействия с зарядами Q_1 и Q_2. Величины этих сил определяются по закону Кулона (3.2).

Запишем условие равновесия заряда Q_3

$$F_1=F_2$$

Величины этих сил найдем из закона Кулона

$$F_1 = k\frac{|Q_1||Q_2|}{x^2}, \tag{1}$$

$$F_2 = k\frac{|Q_1||Q_2|}{(r-x)^2}. \tag{2}$$

Здесь $k=1/4\pi\varepsilon_0$. Приравняем правые части выражений (1) и (2) и решим получившееся уравнение относительно x.

$$k\frac{|Q_1||Q_3|}{x^2} = k\frac{|Q_2||Q_3|}{(r-x)^2} \Rightarrow \frac{|Q_1|}{x^2} = \frac{|Q_2|}{(r-x)^2}$$

Перепишем последнее выражения с учетом того, что $r>x$

$$\frac{x}{r-x} = \sqrt{\frac{|Q_1|}{|Q_2|}} \Rightarrow x\sqrt{|Q_2|} = (r-x)\sqrt{|Q_1|},$$

$$\boxed{x = \frac{r\sqrt{|Q_1|}}{\sqrt{|Q_1|}+\sqrt{|Q_2|}}}$$

Подставим числовые значения

$$x = \frac{\sqrt{1,67\cdot 10^{-9}}}{\sqrt{1,67\cdot 10^{-9}}+\sqrt{3,33\cdot 10^{-9}}}\cdot 0,2 \approx 0,08\,м$$

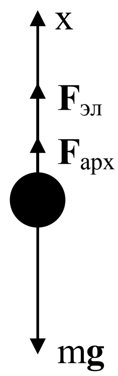
Ответ: на расстоянии 8 см от тела с зарядом Q_1.

3.3.2. Алюминиевый шарик массой 9 г, несущий заряд $Q=10^{-7}$ Кл, плавает в масле, полностью погрузившись. Определите напряженность

Дано	СИ
m=9 г	$9\cdot 10^{-3}$ кг
Q=10^{-7} Кл	
E=?	

вертикально направленного электрического поля.

Решение:



На алюминиевый шарик действуют силы: $m\vec{g}$ – сила тяжести, $\vec{F}_{арх}$ – архимедова сила, $\vec{F}_{эл}$ – сила, действующая на заряд со стороны электрического поля. Запишем условия равновесия тела:

$$m\vec{g}+\vec{F}_{арх}+\vec{F}_{эл}=0 \qquad (1)$$

Заменим силы их проекциями на ось X:

$$-mg+F_{арх}+F_{эл}=0 \qquad (2)$$

Сила Архимеда определяется по формуле

$$F_{арх}=\rho_{м}gV_{ш} \qquad (3)$$

где: $\rho_{м}$=0,9·10^3 кг/м^3 – плотность масла, $V_{ш}$ – объем шарика.

$$V_{ш}=\frac{m}{\rho_{ал}}. \qquad (4)$$

Здесь $\rho_{ал}$=2,7·10^3 кг/м^3 – плотность алюминия. Силу, действующую на заряд в электрическом поле, найдем из выражения:

$$F_{эл}=QE \qquad (5)$$

Подставим выражения (3), (4), (5) в (2) и получим:

$$-mg+\frac{\rho_{м}}{\rho_{ал}}mg+QE=0\Rightarrow$$

$$\boxed{E=\frac{mg}{Q}\left(1-\frac{\rho_{м}}{\rho_{ал}}\right)}$$

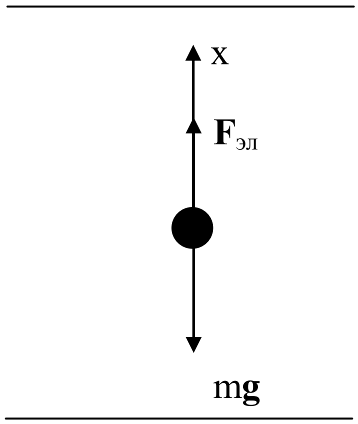
$$E=\frac{9\cdot10^{-3}\cdot10}{10^{-7}}\left(1-\frac{0,9\cdot10^{3}}{2,7\cdot10^{3}}\right)=6\cdot10^{5}\ В/м.$$

Ответ: E=6·10^5 В/м.

3.3.3. Определите заряд капельки масла радиусом 2 мкм, если она находится в равновесии в поле плоского конденсатора, к которому приложено напряжение 1640 В. Расстояние между пластинами конденсатора 1 см, плотность масла 0,8·10^3 кг/м^3.

Дано	СИ
R=2·10^{-6} м	
U=1640 В	
ρ=0,8·10^3 кг/м^3	
d=1 см	10^{-2} м
Q=?	

Решение



Так как капелька находится в равновесии, то векторная сумма всех сил действующих на нее равна нулю

$$m\vec{g}+\vec{F}_{эл}=0. \qquad (1)$$

Спроектируем силы на ось X.

$$-mg+F_{эл}=0. \qquad (2)$$

Массу капельки можно выразить через ее объем и плотность масла:

$$m=\rho V. \qquad (3)$$

Так как капелька имеет шарообразную форму, то ее объем можно определить по формуле

$$V=\frac{4}{3}\pi R^{3}. \qquad (4)$$

Сила, действующая со стороны электрического поля на капельку равна

$$F_{эл}=QE. \qquad (5)$$

Поле между обкладками плоского конденсатора однородное, поэтому можем использовать формулу связи напряженности и напряжения

$$E = \frac{U}{d}. \qquad (6)$$

Подставим уравнения (3) – (6) в условие равновесия (2) и решим получившиеся уравнение относительно заряда

$$\boxed{Q = \frac{4\pi R^3 \rho g d}{3U}}$$

Подставим числовые значения в расчетную формулу и получим ответ

$$Q = \frac{4 \cdot 3{,}14 \cdot \left(2 \cdot 10^{-6}\right)^3 \cdot 0{,}8 \cdot 10^3 \cdot 10 \cdot 10^{-2}}{3 \cdot 1640} = 1{,}6 \cdot 10^{-18}\ Кл$$

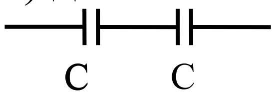
Ответ: Q=1,6·10^{-18} Кл.

3.3.4. Два плоских воздушных конденсатора, имеющих емкость по 10 пФ каждый, соединены в батарею последовательно. Насколько изменится емкость батареи, если пространство между пластинами одного из конденсаторов заполнить диэлектриком с диэлектрической проницаемостью, равной 2?

Дано	СИ
$C_1=C_2=C$=10 пФ	10^{-11} Ф
$\varepsilon_1=1$	
$\varepsilon_2=2$	
$\Delta C_б$=?	

Решение:

а) до заполнения



б) после заполнения

Определим емкость батареи, $C_б$ применив формулу последовательного соединения конденсаторов (3.13) для случая а (см. рис.):

$$\frac{1}{C_б} = \frac{1}{C} + \frac{1}{C} \Rightarrow \frac{1}{C_б} = \frac{2}{C};$$

$$C_б = \frac{C}{2} \qquad (1)$$

Определим емкость батареи для случая б (см. рис.):

$$\frac{1}{C_б'} = \frac{1}{C} + \frac{1}{C'};$$

$$C_б' = \frac{CC'}{C + C'}. \qquad (2)$$

$C_б'$ – электроемкость батареи после заполнения диэлектриком.

Найдем связь между электроемкостью конденсатора до, и после заполнения диэлектриком

$$\left.\begin{aligned} C &= \varepsilon_1 \varepsilon_0 \frac{S}{d} \\ C' &= \varepsilon_2 \varepsilon_0 \frac{S}{d} \end{aligned}\right\} \Rightarrow C' = C\frac{\varepsilon_2}{\varepsilon_1} \qquad (3)$$

Изменение емкости батареи определим по формуле

$$\Delta C_б = C_б' - C_б \qquad (4)$$

Подставим формулы (1)-(3) в формулу (4) и получим расчетную формулу

$$\boxed{\Delta C_б = \frac{\varepsilon_2 - \varepsilon_1}{2(\varepsilon_1 + \varepsilon_2)} C}$$

После подстановки числовых значений определим изменение емкости батареи

$$\Delta C_б = \frac{2-1}{2(1+2)} \cdot 10 \approx 1{,}7 \cdot 10^{-12}$$

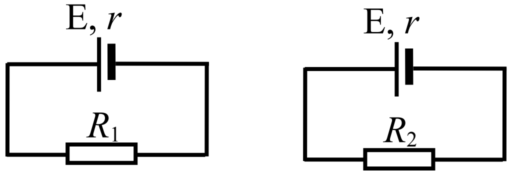
Ответ: $\Delta C_б \approx 1{,}7$ пФ.

Постоянный электрический ток

3.3.5. При замыкании элемента на сопротивление R_1=1,8 Ом в цепи идет ток I_1=0,7 А, при замыкании на сопротивление R_2=2,3 Ом ток в цепи равен I_2=0,56 А. Определите ток короткого замыкания.

Дано
R_1=1,8 Ом
I_1=0,7 А
R_2=2,3 Ом
I_2=0,56 А
$I_{кз}$=?

Решение:



Так как один и тот же элемент замыкается на разные внешние сопротивления, то запишем закон Ома (3.20) для каждой цепи

$$I_1 = \frac{\mathcal{E}}{R_1 + r}$$
$$I_2 = \frac{\mathcal{E}}{R_2 + r} \qquad (1)$$

Решим систему уравнений (1) относительно r и E

$$r = \frac{I_1 R_1 - I_2 R_2}{I_2 - I_1} \qquad (2)$$

$$\mathcal{E} = \frac{I_1 I_2 \left(R_1 - R_2\right)}{I_2 - I_1}. \qquad (3)$$

Зная формулы, по которым определяется ЭДС и внутреннее сопротивление можно определить ток короткого замыкания. Ток короткого замыкания – это ток, текущий по цепи при условии, что внешнее сопротивление стремится к нулю:

$$I_{кз} = \frac{\mathcal{E}}{r}. \qquad (4)$$

Подставим (2) и (3) в (4) и получим расчетную формулу

$$\boxed{I_{кз} = \frac{I_1 I_2 \left(R_1 - R_2\right)}{I_1 R_1 - I_2 R_2}}$$

Подставим в расчетную формулу числовые значения

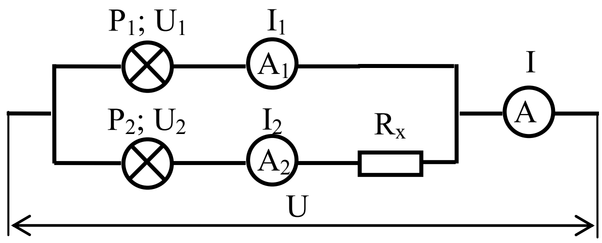
$$I_{кз} = \frac{0,7 \cdot 0,56 \cdot \left(1,8 - 2,3\right)}{0,7 \cdot 1,8 - 0,56 \cdot 2,3} = 7$$

Ответ: $I_{кз}$=7 А.

3.3.6. В сеть напряжением 120 В включены параллельно две лампочки: первая мощностью 300 Вт и напряжением 120 В и вторая 12-вольтовая лампочка. Последняя лампочка включена последовательно с сопротивлением R_x. Определите показания амперметров A_1 и A, величину сопротивления R_x, если амперметр A_2 показывает 2 А. Сопротивлением амперметров и соединительных проводов пренебречь.

Дано
U=120 В
P_1=300 Вт
U_1=120 В
U_2=12 В
I_2=2 А

I, I_1, R_x - ?



Решение:

Лампочка мощностью P_1 горит под напряжением U_1, следовательно, через нее проходит ток:

$$\boxed{I_1 = \frac{P_1}{U_1}}.$$

Показания амперметра А равно сумме токов I_1 и I_2.

$$\boxed{I=I_1+I_2}.$$

Так как сопротивление R_x и вторая лампочка включены последовательно, падение напряжения на резисторе можно определить как U_x=U-U_2. Тогда сопротивление R_x можно определить по формуле

$$\boxed{R_x = \frac{U - U_2}{I_2}}.$$

Подставим числовые значения

I_1=300/120=2,5; I=2+2,5=4,5; R_x=(120-12)/2=54.

Ответ: I_1=2,5 А; I=4,5 А; R_x=54 Ом.

3.3.7. Как повысится температура медных проводов сечением 3 мм^2, когда расплавится свинцовый предохранитель с поперечным сечением 1 мм^2? Начальная температура свинца 15^0.

Дано
S_1=3 мм^2=$3\cdot10^{-6}$ м^2
ρ_1=$1{,}7\cdot10^{-8}$ Ом·м
D_1=$8{,}9\cdot10^3$ кг/м^3
ρ_2=$21\cdot10^{-8}$ Ом·м
D_2=$11{,}4\cdot10^3$ кг/м^3
c_1=380 Дж/(кг·К)
c_2=126 Дж/(кг·К)
t_1=15^0C
t_2=327^0C
λ_2=$25\cdot10^3$ Дж/кг
Δt=?

Решение

Медные провода и свинцовый предохранитель соединены последовательно, поэтому по участку цепи идет один и тот же ток в течение одного промежутка времени. За счет джоулева тепла, выделяемого в медном проводнике за время t, он нагреется на Δt.

На основании закона сохранения энергии можно записать

$$I^2R_1t = c_1m_1\Delta t,$$

где I – величина тока, протекающего по участку цепи; t – время протекания тока;
R_1 – сопротивление медного проводника; c_1 – удельная теплоемкость меди; m_1 – масса медного проводника.

Учитывая, что сопротивление медного проводника можно выразить через его размеры:

$$R_1 = \rho_1\frac{l_1}{S_1},$$

А массу медного проводника можно выразить через плотность меди и объем провода:

$$m_1 = D_1l_1S_1,$$

Получим следующее равенство

$$\frac{I^2\rho_1l_1}{S_1}t = c_1D_1l_1S_1\Delta t \text{ или}$$

$$I^2t = \frac{c_1S_1^2D_1\Delta t}{\rho_1}. \qquad (1)$$

Свинцовый проводник за счет джоулева тепла успеет нагреться до температуры плавления и расплавится при выполнении условия

$$I^2R_2t=c_2m_2\left(t_2-t_1\right)+\lambda_2m_2,$$

где: R_2 – сопротивление свинцового предохранителя; c_2 – удельная теплоемкость свинца; λ_2 – удельная теплота плавления свинца; m_2 – масса свинцового предохранителя.

Выражая сопротивление свинцового предохранителя через его размеры

$$R_2=\rho_2\frac{l_2}{S_2},$$

а его массу через плотность свинца и объем предохранителя:

$$m_2=D_2l_2S_2,$$

получим:

$$I^2t=D_2\frac{S_2^2}{\rho_2}\left(\lambda_2+c_2(t_2-t_1)\right) \qquad (2)$$

Решим полученную систему уравнений (1) и (2) относительно Δt получим:

$$\boxed{\Delta t=\frac{D_2\rho_1}{c_1D_1\rho_2}\left(\frac{S_2}{S_1}\right)^2\left(\lambda_2+c_2(t_2-t_1)\right)}.$$

Подставим числовые значения

$$\Delta t=\frac{11,4\cdot10^3\cdot1,7\cdot10^{-8}}{380\cdot8,9\cdot10^3\cdot21\cdot10^{-8}}\left(\frac{1\cdot10^{-6}}{3\cdot10^{-6}}\right)^2\left[25\cdot10^3+126\left(327-15\right)\right]\approx2$$

.

Ответ: проводник нагреется на Δt=2^{0}С.

Дано	
l=40 см=0,4 м I=1 А B=0,6 Тл α=90° F_A=?	3.3.8. В однородном магнитном поле перпендикулярно к силовым линиям помещен прямолинейный проводник длиной 40 см, по которому течет ток 1 А. Индукция магнитного поля 0,6 Тл. Определите силу, с которой магнитное поле действует на проводник с током.

Решение:

Величину силы, действующей на проводник с током, помещенный в однородное магнитное поле, можно определить по закону Ампера (3.26):

$$F_A = IBl\sin(\alpha).$$

Так как проводник расположен перпендикулярно силовым линиям магнитного поля, то α=90° (sin 90°=1). Тогда

$$\boxed{F_A = IBl}.$$

Подставим числовые значения в полученную формулу

$F_A = 1\cdot0{,}6\cdot0{,}4 = 0{,}24$

Ответ: F_A=0,24 Н.

3.3.9. В однородное магнитное поле влетела α-частица, обладающая кинетической энергией 500 эВ. Найти силу, действующую на частицу, если индукция поля равна 0,1 Тл и перпендикулярна к направлению скорости частицы.

Дано

T=500 эВ=$8\cdot10^{-17}$ Дж

B=0,1 Тл

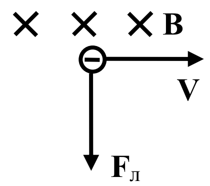
$\alpha=90^0$

$Q=3{,}2\cdot10^{-19}$ Кл

$m=6{,}64\cdot10^{-27}$ кг

$F_л$=?

Решение:



На заряженную частицу, влетевшую в однородное магнитное поле, действует сила Лоренца, величина которой определяется по формуле (3.27)

$$F_л = QvB\sin(\alpha).$$

Скорость частицы можно выразить через кинетическую энергию частицы

$$T = \frac{mv^2}{2} \Rightarrow v = \sqrt{\frac{2T}{m}}.$$

Подставим полученное выражение для скорости частицы в формулу Лоренца и определим силу, действующую на частицу

$$\boxed{F_л = QB\sqrt{\frac{2T}{m}}}.$$

Определим числовое значение силы

$$F_л = 3,2\cdot 10^{-19}\cdot 0,1\cdot\sqrt{\frac{2\cdot 8\cdot 10^{-17}}{6,64\cdot 10^{-27}}} \approx 5\cdot 10^{-15}$$

Ответ: $F_л \approx 5\cdot 10^{-15}$ Н.

3.3.10. В однородном магнитном поле расположен виток, площадь которого 50 см^2. Перпендикуляр к плоскости витка составляет с направлением индукции магнитного поля угол α=60°. Определите среднее значение ЭДС индукции, возникающей в витке при выключении поля в течении 0,02 с. Индукция магнитного поля равна 0,2 Тл.

Дано
S=50 см^2=$5\cdot 10^{-3}$ м^2
α=60°
B=0,2 Тл
Δt=0,02 с
E_i=?

Решение:

Абсолютная величина ЭДС индукции, возникающей в контуре, пропорциональна модулю скорости изменения магнитного потока (3.29):

$$E_i = \left|\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}\right|.$$

Модуль изменения магнитного потока в данном случае равен его начальному значению, так как конечное значение равно нулю (магнитное поле выключается) $\Delta\Phi=\Phi_0$. Значение Φ_0 можно найти по формуле (3.28)

$$\Phi_0=BS\cos(\alpha).$$

Искомая величина ЭДС индукции будет равна:

$$\boxed{E_i = \frac{BS}{\Delta t}\cos\alpha}.$$

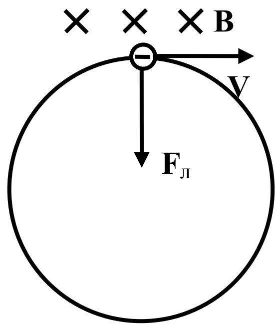
Подставим числовые значения известных величин

$$E_i = \frac{0,2\cdot 5\cdot 10^{-3}}{0,02}\cdot 0,5 = 0,025$$

Ответ: E_i=25 мВ.

3.3.11. Пройдя разность потенциалов 2000 В, электрон влетел в однородное магнитное поле с индукцией $1{,}5\cdot10^{-4}$ Тл и движется в нем по дуге окружности радиусом 1 м в плоскости перпендикулярной магнитному полю. Определите отношение заряда электрона к его массе.

Дано	Решение:
$U=2\cdot10^{3}$ В	
$B=1{,}5\cdot10^{-4}$ Тл	
$R=1$ м	
$\alpha=90°$	
$e/m=?$	



На электрон, движущийся в однородном магнитном поле, со стороны этого поля действует сила Лоренца (3.27).

$$F_л = e v B \sin\alpha , \qquad (1)$$

где e – заряд электрона; $\vec{v}$ – скорость электрона в магнитном поле; $\vec{B}$ – индукция магнитного поля; α – угол между вектором скорости и вектором магнитной индукции. Так как масса электрона очень мала, то силой тяжести действующая на частицу по сравнению с силой Лоренца, можно пренебречь.

При движении заряженной частицы в однородном магнитном поле в плоскости перпендикулярной направлению индукции этого поля, траектория движения частицы представляет собой окружность. Сила Лоренца направлена к центру этой окружности и сообщает частице центростремительное ускорение. По второму закону Ньютона можно записать

$$F_л = m\frac{v^2}{R} \qquad (2)$$

Приравняв правые части уравнений (1) и (2) получим

$$e v B = m\frac{v^2}{R} \Rightarrow eB = m\frac{v}{R}. \qquad (3)$$

Здесь мы учли, что sin(90°)=1.

По закону сохранения и превращения энергии работа сил электростатического поля равна изменению кинетической энергии электрона

$$A=\Delta T=mv^2/2.$$

Работа сил поля определяется по формуле $A=eU$. Отсюда получаем

$$eU = \frac{mv^2}{2}. \qquad (4)$$

Решив систему уравнений (3), (4) получим

$$\frac{e}{m} = \frac{2U}{R^2B^2}.$$

Подставим числовые значения

$$\frac{e}{m} = \frac{2\cdot 2\cdot 10^3}{1\cdot(1,5\cdot 10^{-4})^2} \approx 1,8\cdot 10^{11}$$

Ответ: $e/m \approx 1,8\cdot 10^{11}$ Кл/кг.

3.4. ЗАДАЧИ ДЛЯ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ

Электростатика

3.4.1 Вычислить ускорение протона в однородном электрическом поле напряженностью $2,0\cdot 10^5$ Н/Кл, масса протона $m_p=1,67\cdot 10^{-27}$ кг.

Ответ: $1,9\cdot 10^{13}$ м/с^2.

3.4.2 Шарик массой 10 г имеет заряд $2\cdot 10^{-9}$ Кл. Какое расстояние пройдет шарик за 10 с под действием силы со стороны однородного электрического поля напряженностью $2\cdot 10^4$ Н/Кл? Остальные силы скомпенсированы.

Ответ: 0,2 м.

3.4.3 В направленном вертикально вниз однородном электрическом поле напряженностью $2 \cdot 10^4$ Н/Кл капелька масла массой $4 \cdot 10^{-8}$ г оказалась в равновесии. Определите заряд капли и число избыточных электронов на ней.

Ответ: $-2 \cdot 10^{-14}$ Кл; $1{,}25 \cdot 10^5$.

3.4.4 Какой угол с вертикалью составляет нить, на которой висит заряженный шарик массой 0,4 г, помещенный в однородное горизонтальное электрическое поле напряженностью $1{,}0 \cdot 10^5$ Н/Кл? Заряд шарика $5 \cdot 10^{-8}$ Кл.

Ответ: $51{,}3^0$.

3.4.5 Определите напряженность электрического поля в точке, находящейся на расстоянии 10 см от неподвижного точечного заряда равного $2 \cdot 10^{-8}$ Кл: 1) в вакууме; 2) в керосине. Диэлектрическая проницаемость керосина равна 2.

Ответ: 1) $1{,}8 \cdot 10^4$ Н/Кл; 2) $9 \cdot 10^3$ Н/Кл.

3.4.6 Расстояние между двумя точечными зарядами $9{,}0 \cdot 10^{-6}$ и $1{,}0 \cdot 10^{-6}$ Кл равно 8,0 см. На каком расстоянии от первого заряда напряженность поля равна нулю? Рассмотреть также случай, в котором первый заряд отрицательный.

Ответ: а) 6 см; б) 12 см.

3.4.7 Точечные заряды равные $2{,}0 \cdot 10^{-8}$ и $1{,}6 \cdot 10^{-7}$ Кл находятся на расстоянии 5,0 см друг от друга. Определите напряженность поля в точке, удаленной от первого заряда на 3,0 см и от второго на 4,0 см.

Ответ: $9{,}2 \cdot 10^5$ Н/Кл.

3.4.8 В однородном электрическом поле напряженностью $2 \cdot 10^5$ Н/Кл перемещается по направлению силовой линии точечный заряд равный $5 \cdot 10^{-3}$ Кл. Определите работу силы со стороны электрического поля при перемещении заряда на 1 м.

Ответ: 10^3 Дж.

3.4.9 Электрон, летевший со скоростью $3{,}0 \cdot 10^6$ м/с, испытывает торможение со стороны электрического поля. Какую разность потенциалов прошел электрон до полной остановки? Масса электрона $9{,}1\cdot10^{-31}$ кг, заряд – $1{,}6\cdot10^{-19}$ Кл.

Ответ: 25,6 В.

3.4.10 Электрон, имея скорость $1{,}0\cdot10^{7}$ м/с, влетает в однородное электрическое поле по направлению силовых линий. Определите потенциал точки, в которой электрон останавливается, если потенциал начальной точки равен 600 В.

Ответ: 316 В.

3.4.11 Напряженность однородного электрического поля 120 В/м. Определите разность потенциалов между двумя точками, расположенными на одной силовой линии на расстоянии 1,0 мм друг от друга.

Ответ: 0,12 В.

3.4.12 Между двумя плоскими параллельными пластинами, находится точечный заряд равный $1\cdot10^{-4}$ Кл. Расстояние между пластинами 0,1 м, а напряжение $1\cdot10^{3}$ В. Определите силу, действующую на заряд со стороны электрического поля.

Ответ: 1 Н.

3.4.13 Между двумя горизонтально расположенными заряженными пластинами находится в равновесии пылинка массой $1{,}0\cdot10^{-8}$ г. Разность потенциалов между пластинами 500 В, а расстояние между ними 10 см. Определите заряд пылинки.

Ответ: $2\cdot10^{-14}$ Кл.

3.4.14 Между двумя горизонтальными разноименно заряженными пластинами конденсатора движется капелька масла. За время 1 с капелька равноускоренно проходит вертикально вверх расстояние 5 см. Масса капельки $1\cdot10^{-8}$ г, заряд – $1\cdot10^{-14}$ Кл, расстояние между пластинами равно 6 см. Определите разность потенциалов между пластинами. Начальная скорость капельки равна нулю.

Ответ: 606 В.

3.4.15 Плоский конденсатор емкостью 1,4 нФ имеет площадь каждой пластины 14 см^2. Пространство между пластинами полностью заполнено слюдой с диэлектрической проницаемостью 7,5. Определите толщину слюды.

Ответ: $6{,}64 \cdot 10^{-5}$ м.

3.4.16 Воздушный плоский конденсатор с площадью пластин 100 см^2 и расстоянием между ними 10 мм заряжен до напряжения 15 кВ. Определите энергию поля конденсатора, если расстояние между его пластинами увеличить до 4 см. Рассмотреть два случая: а) в процессе изменения расстояния конденсатор все время остается подключенным к источнику постоянного напряжения; б) конденсатор заряжен и отключен от источника постоянного напряжения.

Ответ: а) $2{,}5 \cdot 10^{-4}$ Дж; б) $4{,}0 \cdot 10^{-3}$ Дж.

3.4.17 Две пластины площадью 200 см^2 погружены в масло, диэлектрическая проницаемость которого 2,2 и подключены к источнику постоянного напряжения 200 В. Какая работа совершится при уменьшении расстояния между пластинами от 5 мм до 1 мм после отключения от источника?

Ответ: $1{,}2 \cdot 10^{-6}$ Дж.

3.4.18 Определите емкость батареи состоящей из двух конденсаторов имеющих емкость 2 и 4 мкФ и соединенных: а) параллельно; б) последовательно.

Ответ: а) 6 мкФ; б) 4/3 мкФ.

3.4.19 Конденсаторы емкостью $1 \cdot 10^4$ и $1{,}5 \cdot 10^5$ пФ соединены параллельно. Определите заряд второго конденсатора, если заряд первого $2 \cdot 10^{-6}$ Кл.

Ответ: $3 \cdot 10^{-5}$ Кл.

3.4.20 Два последовательно соединенных конденсатора емкостями 2,0 и 4,0 мкФ присоединены к источнику постоянного напряжения 120 В. Определите напряжение на каждом конденсаторе.

Ответ: 80 В, 40 В.

3.4.21 Конденсаторы емкостью 4,0 и 2,0 мкФ заряжены до разности потенциалов 300 и 400 В соответственно. Конденсаторы соединяются параллельно одноименно заряженными обкладками. Какая установится разность потенциалов после соединения?

Ответ: 333,3 В.

3.4.22 Заряженный конденсатор подключили параллельно к такому же, незаряженному. Во сколько раз изменилась энергия поля первого конденсатора?

Ответ: уменьшится в 4 раза.

3.4.23 Конденсатор емкостью 3 мкФ заряжен до напряжения 300 В, а конденсатор емкостью 2,0 мкФ до 200 В. Какая разность потенциалов установится между обкладками конденсаторов после их соединения: а) одноименными обкладками; б) разноименными обкладками? Какое количество тепла выделится в результате соединения конденсаторов?

Ответ: а) 260 В, $6{,}0\cdot10^{-3}$ Дж; б) 100 В, $1{,}5\cdot10^{-1}$ Дж.

Постоянный электрический ток

3.4.24 По проводнику сопротивлением 5 Ом за 1,5 мин прошло 45 Кл электричества. Найти напряжение, приложенное к концам проводника.

Ответ: 2,5 В

3.4.25 При перемещении 20 Кл электричества по проводнику сопротивлением 0,5 Ом совершена работа 100 Дж. Определите время, в течении которого по проводнику шел ток.

Ответ: 2 с.

3.4.26 К сети напряжением 120 В присоединены два сопротивления. При их последовательном соединении ток равен 3 А, а при параллельном суммарный ток равен 16 А. Чему равны сопротивления?

Ответ: 10 Ом, 30 Ом.

3.4.27 Вольтметр, включенный последовательно с сопротивлением 7 кОм, показывает напряжение 50 В при напряжении в цепи 120 В. Какое показание дает при этом же напряжении в цепи вольтметр, если включить его последовательно с сопротивлением 35 кОм?

Ответ: 15 В.

3.4.28 Определите внутреннее сопротивление элемента, если при замыкании его на сопротивление 2 Ом через элемент идет ток 0,2 А, а при соединении параллельно с этим сопротивлением нового сопротивления – 8 Ом, ток через элемент – 0,24 А.

Ответ: 0,4 Ом.

3.4.29 Определите ЭДС элемента, если при измерении напряжения на его зажимах вольтметром с внутренним сопротивлением 20 Ом мы получаем напряжение 1,37 В, а при замыкании элемента на 10 Ом получаем ток 0,132 А.

Ответ: 1,42 В.

3.4.30 Электрическая схема составлена из двух параллельно соединенных сопротивлений 40 Ом и 10 Ом, подключенных к зажимам аккумулятора, ЭДС которого равна 10 В. Ток в неразветвленном участке цепи равен 1 А. Определите внутреннее сопротивление аккумулятора и ток короткого замыкания.

Ответ: 2 Ом; 5 А.

3.4.31 Какая из двух ламп, рассчитанных на одинаковое напряжение, обладает большим сопротивлением: мощностью 100 Вт или 60 Вт?

Ответ: лампа мощностью 60 Вт.

3.4.32 ЭДС источника тока 2 В, внутреннее сопротивление 1 Ом. Определите силу тока, если внешняя цепь потребляет мощность 0,75 Вт.

Ответ: 0,5 А; 1,5 А.

3.4.33 Какой ток пойдет по подводящим проводам при коротком замыкании, если на двух плитках сопротивлениями 200 Ом и 500 Ом при их поочередном включении выделяется одинаковая мощность равная 200 Вт?

Ответ: 1,63 А.

3.4.34 Десять параллельно соединенных ламп, сопротивлением 0,5 кОм каждая, рассчитанных на напряжение 120 В, подключили последовательно к реостату. Напряжение сети 220 В. Определите мощность электрического тока в реостате.

Ответ: 240 Вт.

3.4.35 Электрокипятильник имеет две спирали. При включении одной из них вода в сосуде закипает через 10 мин., а при включении другой – через 20 мин. Через сколько минут закипит вода (в том же сосуде и той же массы), если обе спирали включить а) последовательно; б) параллельно?

Ответ: а) 30 мин.; б) 6,7 мин.

3.4.36 Восемь проводников сопротивлением 20 Ом каждый соединены по два последовательно в четыре параллельные цепи. Начертите схему и определите общее сопротивление.

Ответ: 10 Ом.

3.4.37 ЭДС элемента 2 В, внутреннее сопротивление 0,8 Ом. К элементу подключены два параллельно соединенных резистора сопротивлениями 3 Ом и 6 Ом. Сопротивление подводящих проводов 1,2 Ом. Начертите схему и определите токи в резисторах.

Ответ: 1/3 А, 1/6 А.

3.4.38 Определите сопротивление 1 км полевого телеграфного кабеля, состоящего их 7 медных и 12 стальных проводников диаметром по 0,25 мм каждый. Удельное сопротивление меди $1{,}7\cdot10^{-8}$ Ом·м, стали – $12\cdot10^{-8}$ Ом·м.

Ответ: 39,8 Ом.

3.4.39 К батарее последовательно соединенных элементов с ЭДС 1,5 В и внутренним сопротивлением 0,5 Ом каждый подключены параллельно два резистора сопротивлениями 4 Ом и 12 Ом. Начертите схему и определите токи в резисторах.

Ответ: 0,375 А, 0,125 А.

Магнитное поле. Электромагнитная индукция

3.4.40 Можно ли намагнитить стальной стержень так, чтобы концы его имели одинаковые полюса?

3.4.41 Как при помощи магнитной стрелки можно определить намагничен или нет стальной стержень?

3.4.42 Что произойдет, если к экрану работающего телевизора поднести магнит?

3.4.43 Будет ли идти ток в первичной обмотке трансформатора при разомкнутой вторичной обмотке?

3.4.44 Будет ли работать трансформатор, если сердечник изготовить из дерева?

3.4.45 Линейный проводник с током помещен в однородное магнитное поле с индукцией 0,2 Тл. Определите силу, действующую на проводник, если длина проводника 10 см, сила тока 3 А, а направление тока составляет с направлением вектора магнитной индукции угол 30°.

Ответ: 0,03 Н.

3.4.46 На прямолинейный проводник длиной 20 см, расположенный перпендикулярно силовым линиям магнитного поля, действует сила 8 Н. Определите величину индукции магнитного поля, если ток в проводнике равен 40 А.

Ответ: 1 Тл.

3.4.47 Проводник находится в равновесии в горизонтальном однородном магнитом поле с индукцией 48 мТл. Сила тока в проводнике равна 23 А. Угол между направлением тока в проводнике и вектором магнитной индукции 60°. Определите длину проводника, если его масса равна 23,7 г.

Ответ: 25 см.

3.4.48 На двух легких проводящих нитях горизонтально висит металлический стержень длиной 25 см и массой 15 г. Стержень находится в однородном магнитном поле с индукцией 0,3 Тл, направленной вертикально вниз. Определите угол отклонения нитей от вертикали, если сила тока в стержне равна 0,2 А.

Ответ: 5,7°.

3.4.49 Точечный заряд $2\cdot10^{-5}$ Кл влетает со скоростью 5 м/с в однородное магнитное поле с индукцией 2 Тл. Векторы скорости и магнитной индукции составляют угол 45°. Определите величину силы, действующей на заряд.

Ответ: $1{,}4\cdot10^{-4}$ Н.

3.4.50 Протон движется со скоростью $1\cdot10^{6}$ м/с перпендикулярно однородному магнитному полю с индукцией равной 1 Тл. Определите силу, действующую на протон, и радиус окружности, по которой он движется. Заряд протона – $1{,}6\cdot10^{-19}$ Кл, масса протона – $1{,}67\cdot10^{-27}$ кг. Ответ: $1{,}6\cdot10^{-13}$ Н; 0,01 м.

Электрон движется в однородном магнитном поле с индукцией 0,015 Тл по окружности радиусом 10 см. Определите импульс электрона.

Ответ: $2{,}4\cdot10^{-22}$ кг·м/с.

3.4.51 Проводник длиной 1 м движется со скоростью 5 м/с перпендикулярно к линиям индукции однородного магнитного поля. Определите величину индукции магнитного поля, если на концах проводника возникает разность потенциалов 0,02 В.

Ответ: 4 мТл.

3.4.52 С какой скоростью должен двигаться проводник длиной 1 м в однородном магнитном поле с индукцией 2,4 Тл под углом 30° к силовым линиям поля, чтобы ЭДС индукции на концах проводника была равной 12 В.

Ответ: 10 м/с.

3.4.53 Какую работу совершает сила со стороны однородного магнитного поля с индукцией 1,5 Тл при перемещении проводника длиной 0,2 м по которому течет ток равный 10 А, на расстояние 0,25 м? Направление поля и направление перемещения взаимно перпендикулярны. Проводник расположен под углом 30° к направлению поля.

Ответ: 0,375 Дж.

3.4.54 Виток проволоки площадью 5 $см^2$ находится в магнитном поле с индукцией 0,5 Тл. Определите величину ЭДС индукции в витке, если удаление его из поля длится 5 мс. Плоскость витка перпендикулярна к магнитным силовым линиям поля.

Ответ: 0,05 В.

3.4.55 Замкнутый проводящий контур сопротивлением 3 Ом находится в магнитном поле. В результате изменения индукции этого поля магнитный поток через контур увеличивается с $2\cdot10^{-4}$ до $5\cdot10^{-4}$ Вб. Какой заряд прошел через поперечное сечение проводника?

Ответ: $1\cdot10^{-4}$ Кл.

3.4.56 Среднее значение ЭДС самоиндукции, возникающей в соленоиде при изменении силы тока в нем на 6 А за 0,2 с, равна 3 В. Определите индуктивность соленоида.

Ответ: 0,1 Гн.

3.4.57 Какая ЭДС возникает в катушке индуктивностью 200 мГн при изменении тока в ней от 5 до 10 А за 0,1 с?

Ответ: 10 В.

4. КОЛЕБАНИЯ И ВОЛНЫ

4.1. ВОПРОСЫ ПРОГРАММЫ ВСТУПИТЕЛЬНОГО ЭКЗАМЕНА

Гармонические колебания. Амплитуда, период и частота колебаний. Математический маятник и период его колебаний. Превращение энергии при механических колебаниях. Вынужденные колебания. Резонанс. Распространение механических колебаний в упругих средах. Продольные и поперечные волны. Длина волны. Связь длины волны со скоростью ее распространения. Звуковые волны. Скорость звука. Высота тона.

Свободные электромагнитные колебания в контуре. Период этих колебаний. Превращение энергии в колебательном контуре. Переменный электрический ток. Генератор переменного тока. Трансформатор и принцип его действия. Передача электроэнергии. Электромагнитные волны. Излучение и прием электромагнитных волн.

Прямолинейное распространение света. Законы отражения и преломления света. Плоское зеркало. Линза. Фокусное расстояние. Оптические проборы. Скорость света. Дисперсия. Спектральный анализ. Волновые свойства света. Явления интерференции и дифракции.

4.2. ОСНОВНЫЕ ПОНЯТИЯ, ФОРМУЛЫ И ОПРЕДЕЛЕНИЯ

Механическими колебаниями называют движения тел, повторяющиеся во времени. Гармоническими называют такие колебания, которые происходят по закону

$$X = X_m \cos\left(\omega t + \varphi_0\right), \qquad (0.1)$$

где X – смещение тела от положения равновесия, ω - циклическая частота колебаний, t – время, X_m – амплитуда колебаний.

Амплитудой называется максимальной смещение тела от положения равновесия. Величина, стоящая под знаком косинуса, называется фазой колебаний

$$\varphi = \omega t + \varphi_0, \qquad (0.2)$$

где φ_0 – начальная фаза, т.е. фаза колебаний в начальный момент времени t=0.

Математическим маятником называется тело небольших размеров, подвешенное на нерастяжимой нити, масса которой пренебрежимо мала по сравнению с массой тела.

Период колебаний математического маятника T определяется по формуле

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}, \qquad (0.3)$$

где l – длина нити маятника, g – ускорение свободного падения.

При колебаниях математического маятника происходит превращение кинетической энергии в потенциальную и наоборот. При этом полная механическая энергия маятника остается величиной постоянной. Однако реальные механические колебания не происходят без потерь энергии; часть механической энергии превращается во внутреннюю энергию колеблющегося тела и окружающей среды. Поэтому реальные колебания будут затухающими, т.е. с постоянно убывающей амплитудой.

Для получения незатухающих колебаний вводят действие внешней периодической силы. Амплитуда вынужденных колебаний оказывается зависящей от частоты вынуждающей силы.

Резонансом называется явление возрастания амплитуды вынужденных колебаний до максимального значения при приближении частоты изменения внешней силы к частоте свободных (собственных) колебаний системы.

Волной называется процесс распространения колебаний в пространстве. Длина волны – это расстояние между ближайшими друг к другу точками, колеблющимися в одинаковых фазах. Связь между длиной волны λ, скоростью волны v и периодом колебаний дается выражением

$$\lambda = vT \,. \tag{0.4}$$

Звук представляет собой механические волны частотой от 20 Гц до 20000 Гц. Скорость звука в различных средах различна. По современным измерениям скорость звука в воздухе при нормальных условиях равна 331 м/с.

Громкость звука определяется производимым звуковым давлением, что в свою очередь связано с амплитудой колебаний. Звуковые волны с большей амплитудой воспринимаются как более громкие звуки.

Высота тона определяется частотой колебаний. Колебания высокой частоты воспринимаются как звуки высокого тона.

Электромагнитные колебания представляют собой процесс периодических изменений заряда и разности потенциалов на конденсаторе, напряженности электрического поля между его обкладками, а также силы тока и индукции магнитного поля в катушке.

Колебания называются свободными, если они происходят в отсутствие внешнего источника энергии, исключая начальный момент времени. Например, если зарядить конденсатор, отключить его от источника и подключить к катушке (Рис. 4.2.1.), то в контуре возникнут свободные колебания. Период свободных электромагнитных колебаний в контуре определяется по формуле Томсона:

$$T = 2\pi\sqrt{LC}\,, \tag{0.5}$$

где T – период колебаний;

L – индуктивность катушки;

C – электроемкость конденсатора.

Частота колебаний связана с их периодом формулой:

$$\nu = \frac{1}{T}. \qquad (0.6)$$

Если в начальный момент времени напряжение на конденсаторе максимально, то уравнение колебаний можно записать в следующем виде:

$$U = U_m \cos 2\pi\nu t, \qquad (0.7)$$

Где U – напряжение на конденсаторе в момент времени t, U_{m} – максимальное напряжение.

Сила тока в контуре в начальный момент времени равна нулю. Максимального значения сила тока достигает в те моменты времени, когда напряжение на конденсаторе равно нулю.

Энергия электромагнитных колебаний, складывается из энергии электрического поля конденсатора и энергии магнитного поля катушки. Каждая из этих величин периодически изменяется, но их сумма при этом остается постоянной

$$\frac{CU^2}{2} + \frac{LI^2}{2} = const. \qquad (0.8)$$

Уравнение (4.8) справедливо при условии, что можно пренебречь сопротивлением проводников и излучением электромагнитных волн в окружающее пространство. Оно выражает закон сохранения энергии для электромагнитных колебаний в контуре.

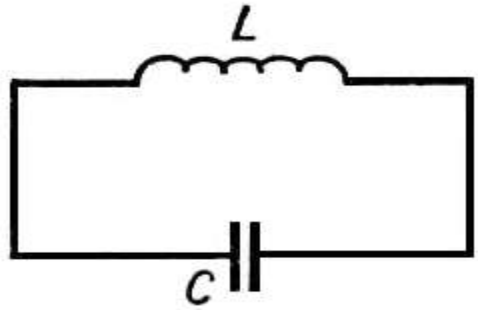


Рис. 4.2.1. Колебательный контур

Переменный ток в промышленных и бытовых электросетях представляет собой вынужденные электромагнитные колебания, частота которых равна 50 Гц. Сила переменного тока изменяется по гармоническому закону:

$$I = I_m \sin\left(2\pi \nu t + \varphi_0\right), \tag{0.9}$$

где I_m – амплитуда силы тока, φ_0 – начальная фаза колебаний.

По аналогичному закону изменяется с течением времени и напряжение:

$$U = U_m \sin\left(2\pi \nu t + \varphi\right) \tag{0.10}$$

Для получения переменного тока используются генераторы, принцип действия которых основан на явлении электромагнитной индукции. Внутри проволочной рамки или катушки вращается магнит, содержащий несколько пар полюсов.

Благодаря вращению магнита, пронизывающий рамку магнитный поток периодически изменяется с течением времени. Согласно закону электромагнитной индукции, в рамке при этом наводится ЭДС. Ее величина и знак также периодически изменяются. Частота получаемого таким образом переменного тока зависит от скорости вращения магнита и числа пар полюсов. Увеличение их количества позволяет получить ток заданной частоты при меньшей скорости вращения магнита.

Трансформатором называется устройство, предназначенное для увеличения или уменьшения амплитуды напряжения и силы переменного тока. Трансформатор состоит из двух или нескольких обмоток, электрически изолированных друг от друга и надетых на ферромагнитный сердечник. Действие трансформатора также основано на законе электромагнитной индукции. При работе трансформатора выполняются следующие соотношения:

$$\frac{U_1}{U_2} = \frac{N_1}{N_2} = \frac{I_2}{I_1}, \tag{0.11}$$

где U_1 – напряжение на концах первичной обмотки, U_2 – напряжение на концах вторичной обмотке, N_1 – число витков в первичной обмотке, N_2 – число витков во вторичной обмотке, I_1 – сила тока в первичной цепи, I_2 – сила тока во вторичной цепи.

Электромагнитные волны представляют собой процесс распространения электромагнитных колебаний в пространстве. Скорость их распространения в вакууме равна $3 \cdot 10^8$ м/с.

Расстояние, на которое смещается фронт волны за время равное периоду колебаний, называется длиной волны. Длина волны связана со скоростью их распространения и частотой колебаний следующей формулой:

$$\lambda = \frac{c}{\nu}, \tag{0.12}$$

где λ - длина волны, c – скорость распространения волны.

В однородной среде свет распространяется прямолинейно. При переходе из одной среды в другую часть света отражается от границы раздела этих сред, а часть переходит во вторую среду, изменив направление распространения.

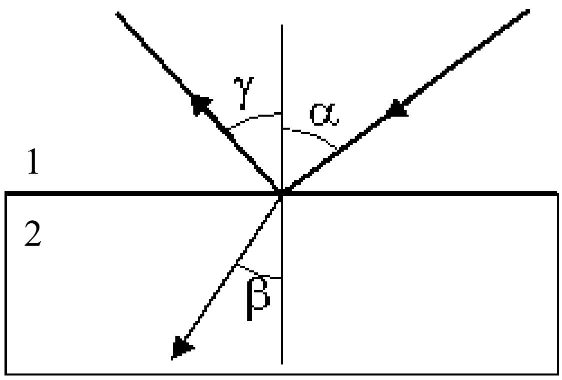


Рис. 4.2.3. Иллюстрация законов отражения и преломления света

При этом все три луча – падающий, отраженный и преломленный, лежат в одной плоскости. Эта плоскость перпендикулярна границе раздела сред.

Закон отражения: угол отражения равен углу падения.

Закон преломления: отношение синуса угла падения к синусу угла преломления есть величина постоянная для двух данных сред.

На рис. 4.2.3. ход лучей показан стрелками. Углы падения (α), отражения (γ) и преломления (β) – углы между нормалью к границе и лучами, соответственно, падающим, отраженным и преломленным.

$$n = \frac{\sin\alpha}{\sin\beta}. \tag{0.13}$$

Величина n называется показателем преломления второй среды относительно первой.

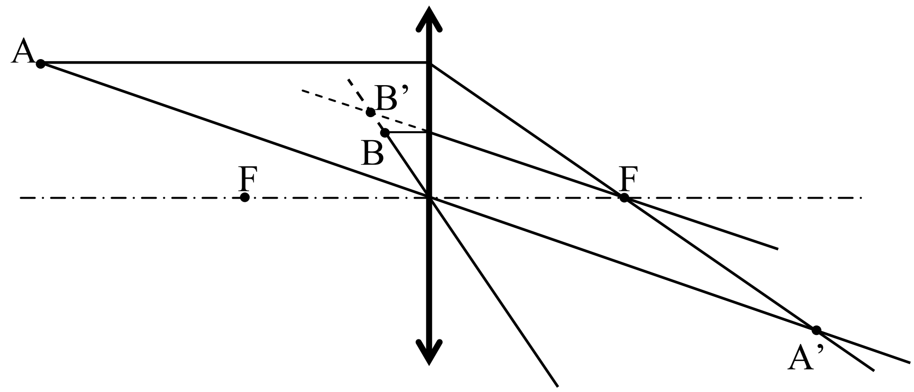


Рис 4.2.4. Ход лучей в собирающей линзе

Фокусное расстояние тонкой линзы зависит от радиусов ее кривизны и показателя преломления материала линзы относительно окружающей среды:

$$\frac{1}{F} = (n-1)\left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}\right). \tag{0.14}$$

В формуле (4.14) радиусы кривизны выпуклых поверхностей считаются положительными, а вогнутых – отрицательными.

На рис. 4.2.4. показан ход лучей, которые обычно используют при построении изображений, даваемых собирающей линзой. Горизонтальная штрих пунктирная линия на рисунке обозначает главную оптическую ось линзы. Точки, обозначенные буквой F, являются фокусами линзы. Точки A и B приведены как примеры источников лучей. При построении изображений используются следующие свойства собирающей линзы.

1. Лучи, параллельные главной оптической оси, после преломления в линзе проходят через фокус.
2. Лучи, проходящие через центр линзы, не изменяют своего направления.

На рисунке показан ход таких лучей, выходящих из точки A и из точки B. Необходимо обратить внимание на следующее. Точка A лежит за фокусом линзы (т.е. находится от нее дальше, чем точка F). Лучи, вышедшие из точки A, после преломления в линзе, пересекаются в точке A’, которая является действительным изображением точки A.

Точка B лежит между линзой и фокусом. Лучи, вышедшие из точки B, после преломления не пересекаются. Наблюдателю, воспринимающему эти лучи с правой стороны линзы, кажется, что они вышли из точки B’. Эта точка является мнимым изображением точки B.

Формула линзы связывает ее фокусное расстояние с расстоянием от линзы до объекта и его изображения:

$$\frac{1}{F} = \frac{1}{d} + \frac{1}{f}, \tag{0.15}$$

где d – расстояние от линзы до объекта, f – расстояние от линзы до изображения. Для мнимого изображения расстояние f считается отрицательным, для рассеивающей линзы отрицательным считается также фокусное расстояние F.

Свет есть электромагнитная волна. Длина волны видимого света находится в пределах приблизительно от 400 до 800 нм. Скорость света в вакууме $c=3\cdot 10^8$ м/с независимо от длины волны. Скорость света в среде зависит от абсолютного показателя преломления среды:

$$v = \frac{c}{n}. \tag{0.16}$$

В свою очередь, показатель преломления зависит от длины световой волны. Для видимого света выполняется следующая закономерность: чем больше длина волны, тем меньше показатель преломления. Зависимость показателя преломления от длины световой волны называется дисперсией.

Спектральный анализ – физический метод определения качественного и количественного состава вещества на основе изучения его спектров.

Основные явления, доказывающие волновую природу света – это интерференция и дифракция.

Интерференция – это наложение когерентных волн, т.е., таких волн, в которых колебания согласованы друг с другом. Согласованность (когерентность) колебаний означает, что они происходят с одинаковой частотой, в одинаковых направлениях, и при этом разность фаз между ними не меняется с течением времени.

Амплитуда колебания, получающегося при наложении двух когерентных волн, зависит от разности фаз колебаний, которые складываются в данной точке пространства. Если разность фаз равна $2m\pi$, где m – любое целое число или ноль, то амплитуда результирующего колебания равна сумме амплитуд составляющих колебаний. Другими словами, колебания в данной точке усиливают друг друга. Если же разность фаз составляет нечетное число π, то в данной точке амплитуда результирующего колебания будет равна разности амплитуд составляющих колебаний – колебания частично или полностью гасят друг друга. Это поясняется следующими примерами.

1. Наложение волн, испускаемых двумя точечными источниками. Пусть S_1 и S_2 точечные источники света (рис. 4.2.5.). Это значит, что от каждого из них свет распространяется по всем направлениям. Если на пути световых волн поставить экран, то в каждую его точку будут приходить две волны: одна от источника S_1 и другая от источника S_2. Например, в точку P приходят волны, распространяющиеся вдоль лучей S_1P и S_2P. Если сами источники испускают световые волны в одинаковых фазах, то в точку P эти волны приходят в разных фазах так как они проходят разные рас-

стояния r_1 и r_2. Чем больше отличаются пройденные пути, тем больше разность фаз между колебаниями.

Разность расстояний $\Delta = r_2 - r_1$ называется разностью хода лучей. Если разность фаз выразить через разность хода, то получается следующее условие усиления или ослабления колебаний:

$$\Delta_{\max} = m\lambda \qquad (0.17)$$

$$\Delta_{\min} = (2m+1)\frac{\lambda}{2} \qquad (0.18)$$

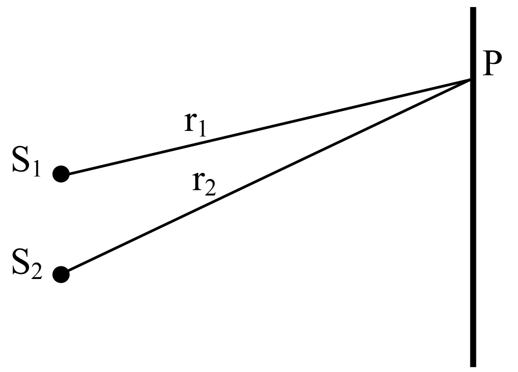


Рис. 4.2.5. Наложение лучей от двух точечных источников света

2. Интерференция света в тонких пленках. На рис. 4.2.6. показан ход световых лучей, падающих на тонкую пленку. Часть света в этом случае отражается от первой поверхности (луч 1), а часть от второй (луч 2).

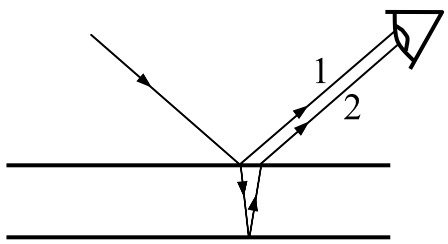


Рис. 4.2.6. Наложение световых лучей отраженных от тонкой

Лучи, отраженные от двух поверхностей пленки, когерентны. На сетчатке глаза лучи 1 и 2 сходятся в одну точку. С учетом отражения и преломления в пленке оказывается, что разность хода между ними зависит от угла падения, показателя преломления и толщины пленки. Например, при нормальном падении света, разность хода между двумя отраженными лучами определяется следующим выражением:

$$\Delta = 2nh - \frac{\lambda}{2}, \tag{0.19}$$

где n – показатель преломления пленки, h – ее толщина, λ - длина световой волны.

Условия же усиления и ослабления света выражаются через разность хода формулами (4.17) и (4.18).

Дифракцией называется явление огибания волнами препятствий. Это явление отчетливо наблюдается в том случае, когда размеры препятствия сопоставимы с длиной волны. В частности, дифракция света наблюдается на препятствиях, размеры которых составляют сотые доли миллиметра.

Дифракция сопровождается интерференцией волн, огибающих препятствие. Это поясняется на рис. 4.2.7., где показана дифракция света на дифракционной решетке. Дифракционная решетка – это оптический прибор, представ-

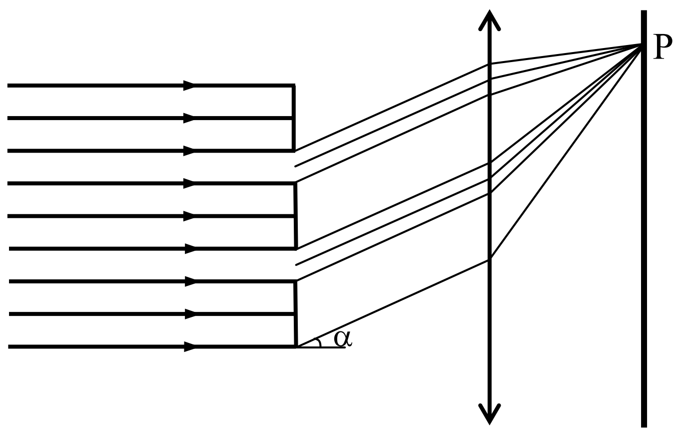


Рис. 4.2.7. Дифракция света

ляющий собой систему узких прозрачных параллельных полос (“щелей”), разделенных непрозрачными промежутками.

На рис. 4.2.7. показаны световые лучи, падающие на дифракционную решетку и затем отклоняющиеся от первоначального положения на некоторый угол вследствие дифракции. Линза, установленная за решеткой, собирает эти лучи на экране. Таким образом, в каждой точке экрана происходит наложения множества когерентных световых волн.

В зависимости от параметра решетки и угла отклонения лучей, световые волны могут усиливать или гасить друг друга. Например, лучи, отклоняющиеся на угол α, попадают в точку экрана P. Условие при котором в точке P будет наблюдаться интерференционный максимум (т.е. усиление света), выражается следующей формулой:

$$d\sin\alpha = m\lambda, \tag{0.20}$$

Где d – период решетки, т.е. суммарная ширина прозрачной и непрозрачной полос, m – произвольное целое число или 0.

Условие полного погашения света выражается формулой:

$$b\sin\alpha = m\lambda, \tag{0.21}$$

Где b – ширина щели (прозрачной полосы).

4.3. ПРИМЕРЫ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ.

4.3.1. Написать формулу гармонического колебательного движения с амплитудой 5 см, если в одну минуту совершается 150 колебаний и начальная фаза колебаний равна 45°.

Дано:
$A=X_m=5$ см$=5\cdot10^{-2}$ м
$\Delta t=60$ с
$N=150$
$\varphi_0=45°=\pi/4$

$X=X(t)=?$

Решение:

Запишем формулу гармонического колебания в общем виде

$X=X_m\sin(\omega t+\varphi_0)$.

Чтобы записать ее для конкретного колебательного движения нужно знать значения всех постоянных:

X_m – амплитуды колебаний;

ω – циклической частоты колебаний;

φ – начальной фазы колебаний.

Циклическая частота равна числу колебаний, совершаемых в течении 2π секунд. Значит:

$$\omega = 2\pi \frac{N}{\Delta t}.$$

Найдем числовое значение ω.

$$\omega = 2\pi \frac{150}{60} = 5\pi \text{ с}^{-1}.$$

Запишем формулу колебательного движения, подставляя числовые значения X_m, ω, φ_0:

$$\boxed{X=5\cdot 10^{-2}\sin(5\pi t+\pi/4)} \text{ м}.$$

4.3.2. Определить на каком расстоянии от наблюдателя разразилась гроза, если звук грома был услышан через 7 с после вспышки молнии. Скорость звука в воздухе равна 340 м/с.

Решение:

Дано:
t=7 с
v=340 м/с
S=?

Звук проходит расстояние $\boxed{S=vt}$. Значит S=340·7=2380 м.

4.3.3. Чему равна длина звуковой волны от свистка, дающего 600 колебаний в секунду? Скорость звука равна 330 м/с.

Решение:

Дано:
t=7 с
v=340 м/с
S=?

Длина волны $\lambda=v/\nu$ или λ=330/600=0,55 м.

4.3.4. Колебания частотой 4 Гц распространяются со скоростью 6 м/с. Чему равна разность фаз точек среды, расположенных на одном луче на расстоянии 50 см друг от друга?

Дано:
ν=4 Гц
v=6 м/с
l=0,5 м
$\Delta\varphi$=?

Решение:

Точки, отстоящие друг от друга на расстоянии равном длине волны, имеют разность фаз 2π радиан. Для определения разности фаз точек 1 и 2 необходимо выяснить, сколько длин волн укладываются на расстоянии между ними, т.е. $N=l/\lambda$.

Умножив это число на 2π радиан, найдем разность фаз между исследуемыми точками. Как известно, $\lambda=v/\nu$, v – скорость; ν - частота волн. Следовательно

$$\boxed{\Delta\varphi=2\pi l\nu/v}.$$

Подставим числовые значения

$$\Delta\varphi=2\pi\cdot 0{,}5\cdot 4/6=2/3\,\pi.$$

4.3.5. Как относятся длины математических маятников, если за одно и то же время один совершил $N_1=10$, а другой $N_2=30$ колебаний?

Дано:
$N_1=10$
$N_2=30$
$l_1/l_2=?$

Решение

Предположим, что t – это время в течение которого были совершены колебания. По определению периода колебаний

$$T=\frac{t}{N}, \tag{1}$$

а по формуле периода колебаний математического маятника

$$T=2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}. \tag{2}$$

Приравняем правые части уравнений (1) и (2).

$$2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}=\frac{t}{N}. \tag{3}$$

Запишем уравнение (3) для первого и второго маятников:

$$2\pi\sqrt{\frac{l_1}{g}}=\frac{t}{N_1};$$

$$2\pi\sqrt{\frac{l_2}{g}}=\frac{t}{N_2}.$$

Найдем отношение длин маятников

$$\boxed{\frac{I_1}{I_2}=\left(\frac{N_2}{N_1}\right)^2}.$$

Подставим числовые значения

$$\frac{I_1}{I_2}=\left(\frac{30}{10}\right)^2=9.$$

4.3.6. Напряжение на концах участка цепи, по которому течет переменный ток, изменяется с течением времени по закону $U=U_m\cos(\omega t+\pi/6)$. В момент времени $t=T/12$ мгновенное значение напряжения равно 10 В. Определите амплитуду напряжения.

Дано:	Решение:
$t=T/12$ $U=10$ В	Закон изменения напряжения на участке цепи $U=U_m\cos(\omega t+\pi/6)$, где U_m – амплитуда напряжения; $\omega=2\pi/T$ – циклическая частота, равная числу колебаний в течение 2π секунд; $\pi/6$ – начальная фаза колебаний.
$U_2=?$	

Чтобы определить амплитуду напряжения, подставим величины, данные по условию, в уравнение гармонических колебаний

$$10=U_m\cos[2\pi/T\cdot(T/12)+\pi/6].$$

Откуда $U_m=20$ В.

4.3.7. Частота сигналов на первом канале телепередачи 49,75 МГц, а на пятом – 93,25 МГц. На сколько метров длина волны первого канала больше чем пятого?

Дано:	Решение:
$\nu_1=49{,}75$ МГц $\nu_2=93{,}25$ МГц $c=3\cdot10^8$ м/с	Длина волны первого канала $\lambda_1=c/\nu_1$. Длина волны пятого канала $\lambda_2=c/\nu_2$. Определив разность, получим ответ на вопрос задачи:
$\Delta\lambda=?$	$$\Delta\lambda=\lambda_1-\lambda_2=\frac{c}{\nu_1}-\frac{c}{\nu_2}=c\left(\frac{1}{\nu_1}-\frac{1}{\nu_2}\right).$$

Подставим числовые значения и получим: $\Delta\lambda=2{,}81$ м.

4.3.8. В каком диапазоне длин волн работает приемник, у которого индуктивность меняется от 0,1 до 10 мкГн, а емкость от 50 до 5000 пФ?

Дано:
L_1=0,1 мкГн=10^{-7} Гн
L_2=10 мкГн=10^{-5} Гн
$C_1=5\cdot10^{-11}$ Ф
$C_2=5\cdot10^{-9}$ Ф

$\Delta\lambda$=?

Решение:

При изменении емкости или индуктивности собственная частота колебательного контура изменяется и приемник оказывается настроенным на радиоволну другой частоты.

Следовательно, для определения диапазона длин волн, принимаемых приемником, необходимо записать условие резонанса: $\omega_{\text{вын}}=\omega_{\text{соб}}$, откуда $T_{\text{вын}}=T_{\text{соб}}$. Известно, что длина волны связана с периодом выражением $\lambda=vT$, где v – скорость радиоволны, равная $3\cdot10^8$ м/с. Значит, $T_{\text{вын}}=\lambda/v$.

Учитывая условие резонанса, получаем равенство

$$\frac{\lambda}{v}=2\pi\sqrt{LC},$$

откуда

$$\lambda=2\pi v\sqrt{LC}.$$

Таким образом

$$\lambda_{\min}=2\pi v\sqrt{L_1C_1}=4{,}215 \text{ м},$$
$$\lambda_{\max}=2\pi v\sqrt{L_2C_2}=4{,}215 \text{ м}.$$

Таким образом, диапазон длин волн приемника равен $(0{,}042 – 4{,}215)\cdot10^2$ м.

4.3.9. Конденсатор емкостью 0,4 мкФ зарядили до разности потенциалов 20 В и подключили к катушке, индуктивность которой 0,75 мГн. Определите силу тока в катушке в момент времени, когда напряжение на конденсаторе будет в два раза меньше первоначального.

Решение:

Конденсатор и катушка образуют колебательный контур. В задаче говорится о двух состояниях этого контура. В первом

Дано:
C=0,4 мкФ=$4\cdot10^{-7}$ Ф
U_0=20 В
L=0,75 мГн=$7{,}5\cdot10^{-4}$ Гн
$U=U_0/2$

I=?

состоянии напряжение на конденсаторе U_0=20 В. В условиях данной задачи это максимальное напряжение на конденсаторе, следовательно, сила тока в катушке в данном состоянии контура равна нулю.

Во втором состоянии напряжение на конденсаторе в два раза меньше первоначального, т.е. $U=U_0/2$. При этом сила тока I в катушке неизвестна. Чтобы ее найти, воспользуемся законом сохранения энергии для колебательного контура. В математической форме он представлен уравнением (4.8). Согласно закону сохранения энергии, сумма энергии конденсатора и катушки в первом и втором состояниях имеет одну и ту же величину:

$$\frac{CU_0^2}{2}+\frac{LI_0^2}{2}=\frac{CU^2}{2}+\frac{LI^2}{2}.$$

Умножив все слагаемые на 2, и подставив I_0=0, получим

$$CU_0^2=CU^2+LI^2.$$

Теперь выразим отсюда слагаемое LI^2

$$LI^2=CU_0^2-CU^2=C\left(U_0^2-U^2\right)=C\left(U_0^2-\frac{1}{4}U_0^2\right)=\frac{3}{4}CU_0^2$$

или

$$\boxed{I=\frac{U_0}{2}\sqrt{\frac{3C}{L}}}$$

Наконец, подставим в эту формулу числовые данные:

$$I=\frac{20}{2}\sqrt{\frac{3\cdot4\cdot10^{-7}}{7{,}5\cdot10^{-4}}}=10\sqrt{\frac{3\cdot4\cdot10^{-4}}{0{,}75}}=10\sqrt{16\cdot10^{-4}}=0{,}4\,A.$$

Рекомендуется обратить внимание на порядок действий с числами, представленными в показательной форме, т.е. с использованием множителя 10^n. Для извлечения квадратного корня необходимо преобразовать подкоренное выражение так, чтобы показатель степени стал четным. Так следует поступать даже в том случае, если для вычислений используется микрокалькулятор, поскольку это существенно облегчает проверку выполненных расчетов.

4.3.10. Зависимость силы тока от времени задана следующим выражением I=0,2 sin(100πt), где I – выражено в амперах, t – в секундах. Определите амплитуду, частоту и период переменного тока, а также значение фазы колебаний в тот момент времени, когда сила тока равна 0,1 А.

Дано:
I=0,2 sin(100πt) А
$I(t)$=0,1 А

I_m=?; ν=?; T=?; φ=?

Решение:

Сравним заданную зависимость с общим уравнением переменного тока (4.9):

$I=I_m \sin(2\pi\nu t+\varphi_0)$.

Амплитуда и частота переменного тока являются параметрами этого уравнения: I_m – это амплитуда, а ν - частота. Таким образом, сравнение двух выражений показывает, что амплитуда тока I_m=0,2 А. Чтобы найти частоту, нужно приравнять коэффициенты при t в обоих уравнениях:

$$2\pi\nu=100\pi.$$

Отсюда ν=50 Гц. Зная частоту, найдем период колебаний: $T=1/\nu$=0,02 с.

Определим теперь фазу колебаний в тот момент времени, когда сила тока равна 0,1 А. Если бы этот момент времени был известен, фазу можно было бы вычислить как значение выражения, стоящего под знаком синуса:

$$\varphi(t)=2\pi\nu t+\varphi_0=2\pi\nu t, \text{ т. к. } \varphi_0=0.$$

В данном случае время неизвестно, поэтому нужно исходить из другой информации: мгновенного значения силы тока. Запишем уравнение переменного тока в следующем виде:

$$I=I_m\sin\varphi$$

и выразим из него фазу, с учетом того, что мгновенное значение силы тока равно 0,1 А, а амплитудное 0,2 А:

$$\sin\varphi = I/I_m = 0{,}1/0{,}2 = 0{,}5.$$

Из свойств функции $\sin\varphi$ известно, что она принимает значение 0,5 при двух значениях φ: $\varphi_1=\pi/6$ и $\varphi_2=5\pi/6$ (к каждому из которых можно прибавить $2\pi n$, где n – произвольное целое число). Эти значения и являются ответом на заданный вопрос о фазе колебаний.

Напомним, что фаза характеризует как мгновенное состояние колебательной системы, так и направление его изменения в данный момент времени. Значение фазы $\varphi_1=\pi/6$ находится в первой четверти периода, т.е. в стадии возрастания силы тока. Второе значение $\varphi_2=5\pi/6$ находится во второй четверти периода, т.е. на стадии убывания тока. Оба найденных значения фазы удовлетворяют условиям задачи.

4.3.11. Понижающий трансформатор с коэффициентом трансформации 10, включен в сеть с напряжением 220 В. Определите напряжение на выходе трансформатора, если сопротивление вторичной обмотки 0,2 Ом, а сопротивление полезной нагрузки 2 Ом.

Дано:
$k=10$
$E_1=220$ В
$r=0{,}2$ Ом
$R=2$ Ом
$U=?$

Решение:

Коэффициент трансформации определяется отношением эдс первичной и вторичной обмоток (которое равно, в свою очередь, отношению числа витков в них). В данном случае эдс вторичной обмотки E_2 в 10 раз меньше, чем первичной, т.е. 22 В. Вторичная цепь трансформатора состоит из его вторичной обмотки, которая играет роль источника и полезной нагрузки, которая играет роль внешнего сопротивления. Полное сопротивление вторичной цепи складывается из внутреннего и внешнего сопротивлений. Внутренним сопротивлением является сопротивление вторичной обмотки трансформатора.

Согласно закону Ома для полной цепи, сила тока во вторичной цепи равна

$$I = \frac{\mathcal{E}_2}{R + r},$$

где R – сопротивление нагрузки,
r – внутреннее сопротивление.

Согласно закону Ома для участка цепи, напряжение на выходе трансформатора

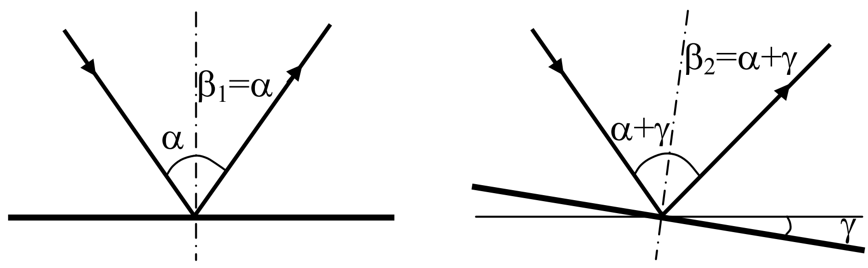
$$U = IR = \frac{\mathcal{E}_2 R}{R + r} = \frac{22 \cdot 2}{2 + 0{,}2} = 20B$$

4.3.12. На уроке физике ученик пускает солнечные зайчики. На какой угол он должен повернуть свое зеркальце, чтобы отраженный луч повернулся на угол φ.

Дано:
φ

γ=?

Решение:



Солнечный зайчик создается лучом отраженным от зеркала. При повороте зеркала направление распространения отраженного луча изменяется. Направление падающего луча остается без изменения, но угол падения изменяется (см. рис.).

Пусть первоначальный угол падения луча равен α, а угол отражения равен β_1. По закону отражения $\beta_1=\alpha$. Предположим, что зеркало повернули на угол γ. Тогда угол падения станет $\alpha+\gamma$, а угол отражения $\beta_2=\alpha+\gamma$.

Из рисунка видно, что в первом положении зеркала угол между падающим и отраженным лучами равен $\alpha+\beta_1=2\alpha$. Во втором положении зеркала этот угол равен $2\beta_2$. Угол φ между первоначальным и конечными направлениями отраженного луча равен $2(\alpha+\gamma)-2\alpha=2\gamma$. Таким образом, угол поворота отраженного луча $\varphi=2\gamma$, т.е. $\gamma=\varphi/2$.

4.1. ЗАДАНИЯ ДЛЯ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ

Механические колебания и волны

4.4.1. Написать уравнение гармонического колебания, если амплитуда колебания равна 5 см, а период – 0,5 с. Начальная фаза колебаний равна нулю.

Ответ: $x=0{,}05\cos 4\pi t$ (м).

4.4.2. Частота колебаний корабля 0,05 Гц, частота колебаний стометровых железнодорожных мостов 2 Гц, частота вибрации электродвигателя 2500 Гц. Определите периоды колебаний.

Ответ: 20 с, 0,5 с, $4\cdot10^{-4}$ с.

4.4.3. Период вертикальных колебаний железнодорожных вагонов 0,5 с, период колебаний ткацкого станка 0,01 с, период вибрации токарного станка-автомата 0,001 с. Определите частоту затухающих колебаний.

Ответ: 2 Гц, 100 Гц, 1 кГц.

4.4.4. Средняя скорость движения поршня паровой машины 4 м/с. Ход поршня 500 мм. Определите частоту колебаний поршня.

Ответ: 4 Гц.

4.4.5. Груз на пружине совершает затухающие колебания, причем каждая последующая амплитуда в два раза меньше предыдущей. Начертить график затухающих колебаний.

4.4.6. Два математических маятника совершают в 1 минуту соответственно 10 и 7 колебаний. Найти отношение длин маятников.

Ответ: 49:100

4.4.7. Как изменится период колебаний маятника, если его перенесли с Земли на Луну? Ускорение свободного падения на Луне 1,6 м/с^2.

Ответ: увеличится в 2,47 раза.

4.4.8. Написать уравнение гармонического колебательного движения, если начальные фазы колебаний равны 0; $\pi/2$, $3\pi/4$, 2π. Амплитуда колебания 5 см, а период колебания 8 с. Начертить в одной системе координат графики колебаний.

4.4.9. За одинаковое время один математический маятник совершает 50 колебаний, а второй – 25 колебаний. Найти их длины, если один из них короче второго на 33 см.

Ответ: 11 см, 44 см.

4.4.10. Как относятся длины математических маятников, если за одно и то же время один из них совершает 10, а второй 20 колебаний?

Ответ: $l_2/l_1=1/4$

4.4.11. Один математический маятник имеет период 3 с, а другой – 4 с. Определите период колебаний маятника, длина которого равна сумме длин данных маятников.

Ответ: 5 с.

4.4.12. Звук пушечного выстрела дошел до наблюдателя через 0,5 мин, после того, как была замечена вспышка. Расстояние между пушкой и наблюдателем 10 км. Определите скорость распространения звука в воздухе.

Ответ: 333 м/с.

4.4.13. Первый раскат грома дошел до наблюдателя через 12 с после того, как была замечена вспышка молнии. На каком расстоянии от наблюдателя возникла молния?

Ответ: 4 км.

4.4.14. Эхо, возбужденное ружейным выстрелом, дошло до стрелка через 6 с после выстрела. На каком расстоянии от наблюдателя находится преграда, от которой произошло отражение звука?

Ответ: 1 км.

4.4.15. Утверждают, что горные обвалы на Луне не сопровождаются звуковыми эффектами. Верно ли это?

4.4.16. Определить длины звуковых волн человеческого голоса с предельными частотами от 64 до 1300 Гц при температуре воздуха 15°С. Скорость звука принять 340 м/с.

Ответ: 5,3 м; 0,26 м.

4.4.17. Почему облегченный кирпич (пористый, дырчатый, пустотелый) обеспечивает в здании лучшую звукоизоляцию, чем обыкновенный кирпич?

4.4.18. Определить длину звуковой волны в воде, вызываемой источником колебаний с частотой 200 Гц, если скорость звука в воде 1450 м/с.

Ответ: 7,25 м.

4.4.19. Скорость звука в воде 1450 м/с. На каком расстоянии находятся ближайшие точки, совершающие колебания в противоположных фазах, если частота колебаний равна 725 Гц?

Ответ: 1 м.

4.4.20. Волны распространяются вдоль резинового шнура со скоростью 3 м/с при частоте 2 Гц. В каких фазах находятся точки, отстоящие друг от друга на 75 см?

Ответ: в противоположных.

4.4.21. Если волны распространяются со скоростью 2,4 м/с при частоте 3 Гц, то чему равна разность фаз двух точек, отстоящих друг от друга на 20 см?

Ответ: $\pi/2$.

4.4.22. Какова частота колебаний камертона, если создаваемые им волны распространяются со скоростью 330 м/с, а расстояние между узлами образующихся стоячих волн 25 см?

Ответ: 660 Гц.

4.4.23. В результате взрыва, произведенного геологами, в земной коре распространилась волна со скоростью 4,5 км/с. Волна, отраженная от глубоких слоев Земли, была зафиксирована через 20 с после взрыва. На какой глубине залегает порода, резко отличающаяся по плотности от земной коры?

Ответ: 45 км.

4.4.24. В океанах длина волны достигает 270 м, а период 13,5 с. Определите скорость распространения такой волны.

Ответ: 20 м/с.

Электромагнитные колебания и волны

4.4.25. Частота электромагнитных колебаний в колебательном контуре ν_1=30 кГц. Какой будет частота колебаний ν_2 в этом контуре, если расстояние между обкладками конденсатора контура увеличить в n=5 раз?

Ответ: 67 кГц.

4.4.26. Как изменится частота свободных электромагнитных колебаний в идеальном колебательном контуре, если индуктивность катушки уменьшить в 9 раз, емкость конденсатора увеличить в 4 раза?

Ответ: увеличится в 1,5 раза.

4.4.27. В колебательный контур включен конденсатор емкостью C=0,2 мкФ. Катушку, какой индуктивности необходимо включить в контур, чтобы получить на нем электромагнитные колебания частотой ν=400 Гц?

Ответ: 0,79 Гц.

4.4.28. Резонанс в колебательном контуре, содержащем конденсатор емкостью C_1=1 мкФ, наступает при частоте ν_1=400 Гц. Если параллельно конденсатору C_1 подключить еще один емкостью C_2, резонансная частота становится равной ν_2=100 Гц. Определите емкость конденсатора C_2.

Ответ: $1{,}5\cdot10^{-5}$ Ф.

4.4.29. В идеальном колебательном контуре емкость конденсатора C=2 мкФ, а максимальное напряжение на его обкладках U_m=5 В. Определите энергию магнитного поля катушки индуктивности W_m в тот момент, когда мгновенное напряжение на конденсаторе U=3 В.

Ответ: $1{,}6\cdot10^{-5}$ Дж.

4.4.30. Конденсатор емкостью C=50 пФ сначала подключили к источнику тока с ЭДС E=3 В, а затем к катушке индуктивностью L=5,1 мкГн. Определите максимальное значение силы тока I_m в этом контуре.

Ответ: $9,4 \cdot 10^{-3}$ А.

4.4.31. На какую длину волны настроен колебательный контур, состоящий из катушки с индуктивностью 2 мГн и плоского конденсатора с площадью обкладок S=800 мм^2, расстояние между обкладками d=1 мм и диэлектриком, заключенным между обкладками, с диэлектрической проницаемостью ε=11?

Ответ: 743,5 м.

4.4.32. Какую электроемкость должен иметь конденсатор, чтобы колебательный контур радиоприемника, состоящий из этого конденсатора и катушки с индуктивностью 10 мГн, был настроен на длину волны 1000 м?

Ответ: $2,8 \cdot 10^{-11}$ Ф.

4.4.33. Колебательный контур радиоприемника настроен на радиостанцию, частота которой 9 МГц. Во сколько раз нужно изменить емкость переменного конденсатора, чтобы этот контур был настроен на длину волны 50 м?

Ответ: 2,25 м.

5. КВАНТОВАЯ ФИЗИКА

5.1 ВОПРОСЫ ПРОГРАММЫ ВСТУПИТЕЛЬНОГО ЭКЗАМЕНА

Фотоэлектрический эффект. Уравнение Эйнштейна для фотоэффекта. Фотоэлементы.

Опыт Резерфорда. Ядерная модель атома.

Квантовые постулаты Бора. Испускание и поглощение света атомом.

Состав ядра атома. Изотопы. Радиоактивность. Применение радиоактивных изотопов.

Цепная реакция деления ядер урана. Ядерный реактор. Термоядерная реакция.

5.2. ОСНОВНЫЕ ПОНЯТИЯ, ФОРМУЛЫ И ОПРЕДЕЛЕНИЯ.

Фотоэффектом называется явление испускания электронов веществом под действием электромагнитного излучения.

Объяснение основных законов фотоэффекта было дано Эйнштейном. Гипотезу Планка об излучении света в виде отдельных порций-квантов с энергией, пропорциональной частоте света, Эйнштейн дополнил предположением о дискретности, локализации этих квантов в пространстве. Согласно квантовым представлениям свет – это поток особых частиц-фотонов. Энергия каждого фотона определяется формулой:

$$E = h\nu \qquad (0.1)$$

где $h = 6{,}63\cdot10^{-34}$ Дж·с постоянная Планка;

ν - частота света.

На основании этих представлений фотоэффект объясняется тем, что поглощая один фотон, электрон внутри фотокатода увеличивает свою энергию на значение энергии фотона $h\nu$. Часть этой энергии пойдет на совершение электроном работы выхода A из металла, а оставшаяся часть этой энергии появится в виде кинетической энергии электрона. Тем самым по закону сохранения энергии записывается уравнение Эйнштейна

$$h\nu = A + \frac{mv^2}{2}, \qquad (0.2)$$

где m – масса электрона;

v – скорость фотоэлектрона.

Красная граница фотоэффекта определяется из уравнения Эйнштейна условием равенства энергии фотона работе выхода электрона:

$$h\nu_{\min} = A \qquad (0.3)$$

Большие успехи в исследовании структуры атомов были достигнуты в опытах Резерфорда по изучению рассеяния быстрых заряженных частиц через тонкие слои вещества. Резерфорд показал, что атом устроен подобно планетной системе. Как вокруг Солнца на больших расстояниях от него обращаются планеты, гак электроны в атоме обращаются вокруг атомного ядра. Такая модель атома получила название ядерной или планетарной. Модель атома Резерфорда противоречит законам классической электродинамике, так как согласно этим законам любая ускоренно движущаяся заряженная частица является источником электромагнитных волн. При этом энергия электронов должна очень быстро убывать, а радиус их орбит уменьшаться. Для этого противоречия датским физиком Нильсом Бором были предложены следующие постулаты:

1. Атомная система может находиться только в особых стационарных или квантовых состояниях, каждому из которых соответствует определенная энергия; в стационарном состоянии атом не излучает и не поглощает энергию.

2. При переходе атома из одного стационарного состояния в другое испускается или поглощается квант электромагнитного излучения. Величина этого кванта равна энергии фотона и определяется как разность энергии атома в двух стационарных состояниях:

$$h\nu = E_m - E_n \tag{0.4}$$

Согласно современным представлениям атомное ядро состоит из протонов и нейтронов. Число протонов в ядре равно порядковому номеру элемента в таблице Менделеева и обозначается знаком Z. Число нейтронов в ядре обозначается знаком N. Общее число протонов и нейтронов в ядре обозначается знаком A и называется массовым числом

$$A = Z + N \tag{0.5}$$

Ядра с одинаковым числом протонов, но различным числом нейтронов являются ядрами различных изотопов одного химического элемента.

Не всякое атомное ядро, состоящее из протонов и нейтронов, удерживаемых ядерными силами притяжения, может существовать неограниченно долго. Многие атомные ядра оказываются способными к самопроизвольным превращениям в другие атомные ядра.

При альфа-распаде ядро распадается на альфа-частицу и ядро продукт. Бета-распад представляет собой самопроизвольное превращение ядра путем испускания электронов. При обоих видах распада происходит излучение ядром гамма-лучей.

Распад большого количества ядер любого радиоактивного изотопа подчиняется закону

$$N = N_0 \cdot 2^{-t/T} \tag{0.6}$$

где N_0 – начальное число атомных ядер;

N – число ядер, не испытавших распад на момент времени t;

T – период полураспада.

Через промежуток времени, равный периоду полураспада, исходное количество радиоактивных ядер убывает вдвое.

Среди различных ядерных реакций особо большое значение имеют цепные реакции деления некоторых тяжелых ядер. Так при попадании в ядро урана одного нейтрона ядро делится на две-три части. При делении одного ядра освобождается около $33{,}2\text{-}10^{-17}$ Дж энергии, а при делении всех ядер одного килограмма урана выделяется 80 тыс. млрд Дж. Это в несколько миллионов раз больше, чем выделяется энергии при сжигании одного килограмма каменного угля.

Необходимым условием для осуществления цепной реакции является наличие достаточного количества урана. Это количество называется критической массой, для урана она составляет несколько десятков килограммов.

Управляемые цепные реакции деления ядер урана осуществляются в ядерных реакторах.

Ядерная энергия освобождается не только в ядерных реакциях деления тяжелых ядер, но и в реакции соединения легких атомных ядер.

Для соединения одноименно заряженных протонов необходимо преодолеть кулоновские силы отталкивания, что возможно при достаточно больших скоростях сталкивающихся частиц. Необходимые условия для синтеза ядер гелия из протонов имеются в недрах звезд.

На земле термоядерная реакция синтеза осуществляется при экспериментальных ядерных взрывах.

5.3. ПРИМЕРЫ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ

5.3.1. Определите энергию и массу фотона, длина волны которого соответствует а) видимой части спектра (λ=0,6 мкм); б) рентгеновскому излучению ($\lambda_1=10^{-10}$ м); в) гамма излучению ($\lambda_2=10^{-12}$ м).

Дано:	Решение:
$c=3\cdot10^8$ м/с $h=6{,}63\cdot10^{-34}$ Дж·с $\lambda_1=6\cdot10^{-6}$ м $\lambda_2=10^{-10}$ м $\lambda_3=10^{-12}$ м	Энергия фотона может быть определена по формуле $E=h\nu$ Где h – постоянная Планка; ν – частота волны. Частота волны связана с длиной волны соотношением $\nu=c/\lambda$
$E_1=?$ $m_1=?$ $E_2=?$ $m_2=?$ $E_3=?$ $m_3=?$	Где c – скорость распространения электромагнитной волны в вакууме. Тогда получим $\boxed{E=hc/\lambda}$.

Массу фотона определим из закона взаимосвязи массы и энергии:

$E=mc^2 \Rightarrow \boxed{m=E/c^2}$

Подставим заданные величины и получим следующие ответы

$$E_1=3{,}3\cdot10^{-19}\ \text{Дж};\quad m_1=3{,}7\cdot10^{-36}\ \text{кг}$$
$$E_2=2\cdot10^{-15}\ \text{Дж};\quad m_2=2{,}2\cdot10^{-32}\ \text{кг}$$
$$E_3=2\cdot10^{-13}\ \text{Дж};\quad m_3=2{,}2\cdot10^{-30}\ \text{кг}$$

5.3.2. Сколько квантов содержит излучение энергией $E=10^{-7}$ Дж с длинами волн $\lambda_1=1$ мкм и $\lambda_2=2\cdot10^{-12}$ м?

Дано:	Решение
$E=10^{-7}$ Дж $\lambda_1=10^{-6}$ м $\lambda_2=2\cdot10^{-12}$ м	Энергия кванта, соответствующего длине волны λ $E_1=hc/\lambda$.
$N_1=?$, $N_2=?$	Энергия излучения равна произведению числа квантов на энергию одного кванта $E=NE_1$. Следовательно: $\boxed{N=\lambda E/hc}$

Проведя расчет для длин волн, получим:

$$N_1\approx5\cdot10^{11},\ N_2\approx10^6$$

5.3.3. Работа выхода электронов из натрия $A_{\text{вых}}=3{,}6\cdot10^{-19}$ Дж. Определите красную границу фотоэффекта для натрия.

Дано:
$A_{\text{вых}} = 3{,}6 \cdot 10^{-19}$ Дж

$\lambda_0 = ?$

Решение:

Пороговая частота, или красная граница может быть определена из уравнения Эйнштейна для фотоэффекта, если положить энергию фотоэлектронов равной нулю:

$h\nu = A_{\text{вых}} \Rightarrow hc/\lambda_0 = A_{\text{вых}}$. Отсюда следует, что $\boxed{\lambda_0 = hc/A_{\text{вых}}}$. Подставим значения работы выхода и получим $\lambda_0 \approx 550$ нм.

5.3.4. Работа выхода электрона с поверхности цезия равна $3{,}2 \cdot 10^{-19}$ Дж. С какой скоростью вылетают из цезия электроны, если металл освещен желтым светом с длиной волны 0,598 мкм?

Дано:
$c = 3 \cdot 10^8$ м/с
$h = 6{,}63 \cdot 10^{-34}$ Дж·с
$\lambda = 0{,}598$ мкм
$A_{\text{вых}} = 3{,}2 \cdot 10^{-19}$ Дж
$m = 9{,}1 \cdot 10^{-31}$ кг

$v = ?$

Решение:

Для решения задачи следует воспользоваться уравнением Эйнштейна для фотоэффекта

$$h\nu = A_{\text{вых}} + mv^2/2$$

Частота связана с длиной волны соотношением $\nu = c/\lambda$. Следовательно

$$\boxed{v = \sqrt{\frac{2}{m}\left(\frac{hc}{\lambda} - A_{\text{вых}}\right)}}.$$

Подставим значения и получим $v = 1{,}7 \cdot 10^5$ м/с.

5.3.5. Определить задерживающий потенциал, необходимый для прекращения эмиссии электронов с фотокатода, если поверхность его освещается излучением с длиной волны 0,4 мкм и красная граница фотоэффекта для этого металла равна 0,67 мкм.

Дано:
$\lambda = 0{,}4$ мкм
$\lambda_0 = 0{,}67$мкм

$U_з = ?$

Решение:

Согласно квантовой теории фотоэффекта энергия падающего фотона передается электрону. Электрон расходует энергию на совершение работы выхода, а часть энергии остается в виде кинетической энергии:

$$E=A_{\text{вых}}+mv^2/2$$

Внешнее электрическое поле задерживает электроны при выполнении условия равенства кинетической энергии электрона работе сил поля, т.е.

$$eU_з=m\text{v}^2/2,$$

где e – заряд электрона, $U_з$ – задерживающий потенциал. Отсюда:

$$E=A_{\text{вых}}+eU_з \Rightarrow U_з=(E\text{-}A_{\text{вых}})/e.$$

Выразим энергию фотона и работу выхода через длину волны излучения и красную границу фотоэффекта для данного катода:

$$\boxed{U_з=\frac{hc}{e}\left(\frac{1}{\lambda}-\frac{1}{\lambda_0}\right)}.$$

Подставив числовые значения, получим: $U_з$=1,25 В.

5.3.6. В опыте Столетова заряженная отрицательно пластинка облучилась светом от электрической дуги. До какого максимального потенциала зарядится цинковая пластинка, если она будет облучаться светом длиной волны 0,211 мкм (ближний ультрафиолетовый свет)? Работа выхода электронов с поверхности цинка равна $6{,}7\cdot10^{-19}$ Дж.

Дано:	Решение:
$A_{\text{вых}}=6{,}7\cdot10^{-19}$ Дж λ=0,211 мкм $Q=1{,}6\cdot10^{-19}$ Кл	Воспользуемся уравнением Эйнштейна для фотоэффекта $$h\nu=A_{\text{вых}}+mv^2/2$$ откуда $mv^2/2=h\nu-A_{\text{вых}}$.
φ=?	Вылет электронов прекратится, когда потенциальная энергия электронов в задерживающем поле станет равной его кине-

тической энергии:

$$mv^2/2=Q\varphi \Rightarrow \varphi=h\nu/Q\text{-}A/Q.$$

Выразим частоту через длину волны: $\nu=c/\lambda$

Тогда окончательная формула получит вид:

$$\boxed{\varphi = \frac{1}{Q}\left(\frac{hc}{\lambda} - A_{вых}\right)}.$$

Подставим числовые значения и получим ответ: φ=1,7 В.

5.4. ЗАДАНИЯ ДЛЯ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ

5.4.1. При какой длине электромагнитной волны энергия фотона была равна $2{,}8\cdot10^{-19}$ Дж?

Ответ: 0,71 мкм

5.4.2. Найти красную границу фотоэффекта для калия, если работа выхода электрона для него равна $3\cdot10^{-19}$ Дж.

Ответ: 0,66 мкм

5.4.3. Красная граница фотоэффекта для тантала составляет 0,297 мкм. Определите работу выхода электрона из тантала?

Ответ: $6{,}7\cdot10^{-19}$ Дж

5.4.4. Работа выхода электрона с поверхности цезия равна $1{,}6\cdot10^{-19}$ Дж. С какой скоростью вылетают электроны из цезия, если металл освещен желтым светом с длиной волны 0,589 мкм?

Ответ: $6{,}2\cdot10^{5}$ м/с.

5.4.5. Цезиевый катод фотоэлемента освещается светом матовой лампы с длиной волны 0,6 мкм. Определите скорость вырываемых фотоэлектронов, если красная граница фотоэффекта для цезия равна 0,65 мкм.

Ответ: $2{,}4\cdot10^{5}$ м/с

5.4.6. Красная граница фотоэффекта для лития равна 510 нм. Определите работу выхода электрона из этого металла.

Ответ: $3{,}9\cdot10^{-19}$ Дж

5.4.7. Какова должна быть длина волны света, падающего на поверхность цезия, чтобы максимальная скорость фотоэлектрона была равна 1000 км/с, если работа выхода равна $3{,}73\cdot10^{-19}$ Дж?

Ответ: $2{,}4\cdot10^{-7}$ м

5.4.8. Уединенный цинковый шарик облучают ультрафиолетовым светом с длиной волны 250 нм. До какого максимального потенциала может зарядиться шарик? Работа выхода фотоэлектронов из цинка $5{,}98\cdot10^{-19}$ Дж.

Ответ: 1,24 В

5.4.9. При исследовании вакуумного фотоэлемента оказалось, что при освещении катода светом с частотой 10^{15} Гц фототок с поверхности катода прекращается при задерживающем напряжении между катодом и анодом 2 В. Определите работу выхода электрона из материала катода.

Ответ: $3{,}43\cdot10^{-19}$ Дж.

5.4.10. При переходе электрона с одного уровня на другой произошло излучение света с частотой $5{,}63\cdot10^{15}$ Гц. Как изменилась энергия за счет излучения?

Ответ: уменьшилась на $3{,}73\cdot10^{-18}$ Дж

5.4.11. Какое количество фотонов дневного света с длиной волны 500 нм излучалось, если энергия излучения равна $16\cdot10^{-19}$ Дж?

Ответ: 4

5.4.12. Сколько фотонов в секунду излучает лампа мощностью 100 Вт, если длина волны излучения 10^{-6} м?

Ответ: $5\cdot10^{20}$

5.4.13. Лазер мощностью 20 Вт испускает за одну секунду 10^{20} фотонов. Определите длину волны излучения лазера.

Ответ: $9{,}9\cdot10^{-7}$ м

5.4.14. Для ослабления роста бактерий в каком-либо веществе его облучают ультрафиолетовыми лучами с длиной волны 254 нм. Интенсивность облучения равна $3\cdot10^{-4}$ Вт/см^2. Определите какое количество фотонов попадает на 1 см^2 облучаемого вещества за 1 с.

Ответ: $3{,}8\cdot10^{14}$

5.4.15. Каково строение ядер атомов азота ${}_7N^{14}$, калия ${}_{19}K^{39}$, висмута ${}_{83}Bi^{209}$?

5.4.16. Чем отличаются ядра ${}_3L^7$ и ${}_3L^6$?

5.4.17. В ядро алюминия ${}_{13}Al^{27}$ ударяет альфа-частица и застревает в нем, выбивая из ядра протон. Напишите ядерную реакцию.

5.4.18. В ядро бериллия ударяет альфа-частица и застревает в нем, выбивая нейтрон. Напишите ядерную реакцию.